COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 OCTOBRE 1845.

PRÉSIDENCE DE M. DUMAS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président**, aux termes du règlement, rappelle à messieurs les membres des Sections d'Astronomie et de Mécanique, qu'il est temps de s'occuper du remplacement de MM. *Bouvard* et *Coriolis*.

CALCUL INTÉGRAL. — *Sur la réduction des rapports de factorielles réciproques aux fonctions elliptiques; par* M. **Augustin Cauchy**.

« M. Jacobi a ramené l'évaluation des fonctions elliptiques à la détermination des rapports existants entre les fonctions que nous appelons *factorielles réciproques*, et spécialement à la détermination de la valeur que prend un semblable rapport, lorsqu'il a pour termes deux factorielles dont les bases sont égales, mais affectées de signes contraires, ou dont les bases, divisées l'une par l'autre, fournissent un quotient égal, au signe près, à la racine carrée de la raison. On peut, avec quelque avantage, suivre une marche inverse; et, après avoir établi directement, comme nous l'avons fait dans les précédents Mémoires, les propriétés remarquables dont jouissent les rapports de factorielles réciproques, et les formules qui expriment ces propriétés, on

peut tirer de ces formules celles qui servent à réduire les rapports dont il s'agit aux fonctions elliptiques.

» Il y a plus : en opérant ainsi, on reconnaît facilement, et les modifications que les formules de réduction doivent subir quand les bases ou les raisons des factorielles deviennent imaginaires, et les conditions sous lesquelles subsistent ces mêmes formules, qui sont l'objet principal de ce nouvel article.

ANALYSE.

» Soit $\Pi(x, t)$ la *factorielle réciproque* qui correspond à la *base* x et à la *raison* t, dont on suppose le module inférieur à l'unité. Alors, en prenant

$$\varpi(x, t) = (1 + x)(1 + tx)(1 + t^2x)\ldots,$$

on aura

$$\Pi(x, t) = \varpi(x, t)\,\varpi(tx^{-1}, t),$$

ou, ce qui revient au même,

$$(1)\quad \Pi(x, t) = (1 + x)(1 + tx)(1 + t^2x)\ldots(1 + tx^{-1})(1 + t^2x^{-1})\ldots$$

Concevons d'ailleurs que, $\Pi(x, t)$ étant considéré comme fonction de x, l'on fasse, pour abréger,

$$(2)\qquad \Phi(x) = x\mathrm{D}_x \mathrm{l}\,\Pi(x, t), \qquad \Phi'(x) = \mathrm{D}_x\Phi(x),$$

et

$$(3)\qquad \mathrm{A} = \varpi(t, t), \qquad \mathrm{B} = \varpi(-t, t).$$

On trouvera

$$(4)\qquad \frac{\Pi(\theta x, t)\,\Pi(\theta^{-1}x, t)}{[\Pi(x, t)]^2} = -\frac{\Pi(-\theta, t)\,\Pi(-\theta^{-1}, t)}{\mathrm{B}^4}[x\Phi'(x) + \theta\Phi'(-\theta)].$$

Soit maintenant

$$(5)\qquad \omega = \frac{\Pi(-x, t)}{\Pi(x, t)}.$$

On tirera de la formule (4), en prenant $\theta = -1$,

$$x\Phi'(x) = \Phi'(1) - \frac{\mathrm{B}^4}{4\mathrm{A}^4}\omega^2,$$

puis, en remplaçant x par $-x$,

$$x\Phi'(-x) = \Phi'(1) - \frac{B^4}{4A^4}\omega^{-2}.$$

On aura, par suite,

$$(6) \qquad x[\Phi'(x) + \Phi'(-x)] = +\frac{B^4}{4A^4}(\omega^2 - \omega^{-2}).$$

D'autre part, la première des formules (2) donnera

$$\Phi(x) - \Phi(-x) = -x D_x \mathrm{l}(\omega).$$

Donc, si l'on pose, pour abréger,

$$(7) \qquad x D_x \mathrm{l}(\omega) = \upsilon,$$

on aura

$$\Phi(x) - \Phi(-x) = -\upsilon,$$

et l'on tirera de la formule (6)

$$x D_x \upsilon = \frac{B^4}{4A^4}(\omega^2 - \omega^{-2}),$$

puis de celle-ci, combinée avec l'équation (7),

$$\upsilon D_x \upsilon = \frac{B^4}{4A^4}(\omega^2 - \omega^{-2}) D_x \mathrm{l}(\omega),$$

ou, ce qui revient au même,

$$(8) \qquad \upsilon D_\omega \upsilon = \frac{B^4}{4A^4}\,\frac{\omega^2 - \omega^{-2}}{\omega}.$$

Or, il suffira évidemment d'intégrer l'équation (8) pour obtenir la valeur de υ exprimée en fonction de ω. Si, pour fixer les idées, on assujettit les deux membres à s'évanouir après l'intégration pour la valeur $t^{\frac{1}{2}}$ de x, à laquelle correspondent des valeurs nulles de $\Phi(x)$, de $\Phi(-x)$, et par suite de υ; alors, en posant

$$(9) \qquad 2\iota = \left[\frac{\Pi(-t^{\frac{1}{2}},\ t)}{\Pi(t^{\frac{1}{2}},\ t)}\right]^2 + \left[\frac{\Pi(t^{\frac{1}{2}},\ t)}{\Pi(-t^{\frac{1}{2}},\ t)}\right]^2,$$

on trouvera

$$(10)\qquad \upsilon^2 = \frac{B^4}{4A^4}(\omega^2 - 2\iota + \omega^{-2}).$$

» Les formules (7) et (10) coïncident avec celles que nous avons obtenues d'une autre manière dans le précédent Mémoire. On peut d'ailleurs présenter l'équation (7) sous la forme

$$(11)\qquad D_\omega l(x) = \frac{1}{\omega\upsilon}.$$

Ajoutons que si, en nommant θ une valeur quelconque de x, on pose

$$(12)\qquad k = \frac{\Pi(-\theta,\ t)}{\Pi(\theta,\ t)},$$

$$(13)\qquad a = \tfrac{1}{2} - \Phi(\theta),\quad b = \tfrac{1}{2} - \Phi(-\theta),$$

la valeur de 2ι, déterminée par la formule (9), vérifiera généralement l'équation

$$(14)\qquad 2\iota = k^2 + k^{-2} - \frac{4A^4}{B^4}(a-b)^2.$$

» Soient maintenant

$$(15)\qquad u = \frac{\Pi(\theta x,\ t)}{\Pi(x,\ t)},\quad v = \frac{\Pi(-\theta x,\ t)}{\Pi(x,\ t)}.$$

D'après ce qui a été dit dans le précédent Mémoire, on aura encore

$$(16)\qquad \left\{\begin{aligned} D_\omega l(u) &= \frac{k}{k\omega - k^{-1}\omega^{-1}} - \frac{a}{\omega\upsilon} + \frac{k}{k\omega - k^{-1}\omega^{-1}}\,\frac{a-b}{\upsilon},\\ D_\omega l(v) &= \frac{k^{-1}}{k^{-1}\omega - k\omega^{-1}} - \frac{b}{\omega\upsilon} + \frac{k^{-1}}{k^{-1}\omega - k\omega^{-1}}\,\frac{b-a}{\upsilon},\end{aligned}\right.$$

ou, ce qui revient au même, eu égard à la formule (11),

$$(17)\qquad \left\{\begin{aligned} D_\omega l\frac{x^a u}{\sqrt{1-k^2\omega^2}} &= \frac{k}{k\omega - k^{-1}\omega^{-1}}\,\frac{a-b}{\upsilon},\\ D_\omega l\frac{x^b v}{\sqrt{1-k^{-2}\omega^2}} &= \frac{k^{-1}}{k^{-1}\omega - k\omega^{-1}}\,\frac{b-a}{\upsilon}.\end{aligned}\right.$$

Les formules (11) et (17), dans lesquelles υ désigne une racine de l'équation (10),

sont les trois équations différentielles qui subsistent entre la variable x et les fonctions de x représentées par les trois rapports

$$\omega, \ u, \ v.$$

Il semble, au premier abord, que ces équations différentielles devraient être restreintes au cas où les parties réelles des monômes

$$x, \ u, \ v,$$

et des binômes

$$1 - k^2\omega^2, \quad 1 - k^{-2}\omega^2$$

restent positives. Mais comme, en réalité, une expression de la forme

$$D_\omega l(x)$$

se réduit au rapport

$$\frac{D_\omega x}{x},$$

et, par conséquent, se transforme en cette autre expression

$$D_\omega l(-x),$$

quand la partie réelle de x devient négative, il est clair que les formules (11) et (17) s'étendent à tous les cas possibles. Seulement, pour que les notations ne présentent à l'esprit rien de vague et d'indéterminé, il sera convenable de remplacer dans ces formules x par $-x$ quand la partie réelle de x deviendra négative, et d'y remplacer de même les monômes ou binômes

$$u, \quad v, \quad 1 - k^{-2}\omega^2, \quad 1 - k^{-2}\omega^2,$$

quand leurs parties réelles deviendront négatives, par les monômes ou binômes

$$-u, \quad -v, \quad k^2\omega^2 - 1, \quad k^{-2}\omega^2 - 1.$$

» Si dans les formules (17) on pose $\theta = t^{\frac{1}{2}}$, on aura

$$a = b = \tfrac{1}{2},$$

et alors, en faisant pour abréger $c = k^2$, ou, ce qui revient au même,

$$(18)\qquad c = \left[\frac{\Pi\left(-t^{\frac{1}{2}}, t\right)}{\Pi\left(t^{\frac{1}{2}}, t\right)}\right]^2,$$

on trouvera

$$(19)\qquad \left\{\begin{aligned} &\mathrm{D}_\omega \mathrm{l}\left[\frac{x^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{1 - c\omega^2}}\,\frac{\Pi\left(t^{\frac{1}{2}} x, t\right)}{\Pi(x, t)}\right] = 0,\\ &\mathrm{D}_\omega \mathrm{l}\left[\frac{x^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{1 - c^{-1}\omega^2}}\,\frac{\Pi\left(-t^{\frac{1}{2}} x, t\right)}{\Pi(x, t)}\right] = 0. \end{aligned}\right.$$

D'ailleurs on tirera des formules (9) et (10), jointes à la formule (18),

$$(20)\qquad 2\iota = c + c^{-1},$$

$$(21)\qquad \omega^2 \upsilon^2 = \frac{\mathrm{B}^4}{4\mathrm{A}^4}\,(1 - c\omega^2)\,(1 - c^{-1}\omega^2).$$

» En intégrant la formule (11) et les formules (19), on obtient, 1° une équation transcendante entre x et le rapport

$$\omega = \frac{\Pi(-x, t)}{\Pi(x, t)};$$

2° deux équations finies entre ce rapport et les produits

$$x^{\frac{1}{2}}\,\frac{\Pi\left(t^{\frac{1}{2}} x, t\right)}{\Pi(x, t)},\quad x^{\frac{1}{2}}\,\frac{\Pi\left(-t^{\frac{1}{2}} x, t\right)}{\Pi(x, t)}.$$

Mais les formes des trois équations ainsi obtenues peuvent varier avec la nature des valeurs réelles ou imaginaires attribuées à x et à t.

» Supposons, pour fixer les idées, que la raison t et la base x soient des quantités positives. Alors la fonction

$$\omega = \frac{\Pi(-x, t)}{\Pi(x, t)}$$

sera réelle, et cette fonction, qui s'évanouira, 1° pour $x = 1$; 2° pour $x = t$, deviendra un maximum pour la valeur $t^{\frac{1}{2}}$ de x qui vérifiera la condition

$$(22)\qquad \mathrm{D}_x \omega = 0,$$

ou

$$\Phi(x) = 0.$$

Ce maximum sera donc la valeur de ω correspondante à $x = t^{\frac{1}{2}}$, c'est-à-dire

$$\sqrt{c}.$$

De plus, pour une valeur de x inférieure à l'unité, mais supérieure à $t^{\frac{1}{2}}$, la dérivée $D_x \omega$ devra être négative, attendu que ω décroîtra pour des valeurs croissantes de x ; et par suite le produit

$$\omega v = x D_x \omega$$

sera lui-même négatif, tandis que les binômes

$$1 - c\omega^2, \qquad 1 - c^{-1}\omega^2,$$

seront positifs. Donc alors l'équation (21) donnera

$$(23) \qquad \omega v = -\frac{B^2}{2A^2}\sqrt{(1 - c\omega^2)(1 - c^{-1}\omega^2)}.$$

Si maintenant on pose, pour abréger,

$$(24) \qquad \omega = \sqrt{c}\sin p,$$

on trouvera

$$\omega v = -\frac{B^2}{2A^2}\cos p\sqrt{1 - c^2\sin^2 p};$$

et, en intégrant la formule (11), de manière que les deux membres s'évanouissent après l'intégration pour $x = 1$, on tirera de cette formule

$$(25) \qquad 1(x) = -Cs,$$

les valeurs de C et de s étant

$$(26) \qquad C = \frac{2A^2}{B^2}\sqrt{c},$$

$$(27) \qquad s = \int_0^p \frac{dp}{\sqrt{1 - c^2\sin^2 p}}.$$

L'intégrale que détermine la formule (27) est une *transcendante elliptique de première espèce*. Le coefficient c et l'angle p sont ce qu'on nomme le

module et l'amplitude de cette intégrale. Cela posé, p étant l'amplitude de s, on tirera de la formule (24), jointe aux équations (5) et (25),

$$\text{(28)} \qquad \sin p = c^{-\frac{1}{2}} \frac{\Pi(-x,\ t)}{\Pi(x,\ t)},$$

la valeur de x étant

$$\text{(29)} \qquad x = e^{-\mathrm{C}s}.$$

D'ailleurs, en intégrant les formules (19), et observant que l'on a $\omega = 0$ pour $x = 1$, on en tirera

$$\text{(30)} \qquad \left\{ \begin{aligned} \sqrt{1 - c\omega^2} &= \frac{\Pi(1,\ t)}{\Pi\left(t^{\frac{1}{2}},\ t\right)} \frac{\Pi\left(t^{\frac{1}{2}} x,\ t\right)}{\Pi(x,\ t)} x^{\frac{1}{2}}, \\ \sqrt{1 - c^{-1}\omega^2} &= \frac{\Pi(1,\ t)}{\Pi\left(-t^{\frac{1}{2}},\ t\right)} \frac{\Pi\left(-t^{\frac{1}{2}} x,\ t\right)}{\Pi(x,\ t)} x^{\frac{1}{2}}; \end{aligned} \right.$$

ou, ce qui revient au même, eu égard à la formule (24),

$$\text{(31)} \qquad \left\{ \begin{aligned} \sqrt{1 - c^2 \sin^2 p} &= \frac{\Pi(1,\ t)}{\Pi\left(t^{\frac{1}{2}},\ t\right)} \frac{\Pi\left(t^{\frac{1}{2}} x,\ t\right)}{\Pi(x,\ t)} x^{\frac{1}{2}}, \\ \cos p &= \frac{\Pi(1,\ t)}{\Pi\left(-t^{\frac{1}{2}},\ t\right)} \frac{\Pi\left(-t^{\frac{1}{2}} x,\ t\right)}{\Pi(x,\ t)} x^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \right.$$

Les fonctions trigonométriques de l'amplitude p d'une transcendante elliptique de première espèce, par exemple,

$$\sin p, \quad \cos p, \quad \operatorname{tang} p, \ \text{etc.},$$

et même l'expression

$$\sqrt{1 - c^2 \sin^2 p},$$

ont été désignées par M. Jacobi sous le nom de *fonctions elliptiques*. Parmi ces fonctions, celles dont l'usage est le plus fréquent sont les trois expressions

$$\sin p, \quad \cos p, \quad \sqrt{1 - c^2 \sin^2 p}.$$

D'ailleurs la détermination de ces dernières se trouve ramenée par les formules

(28) et (31) à la détermination des rapports qui existent entre des factorielles réciproques, dont les bases sont proportionnelles à la variable réelle

$$x = e^{-Cs}.$$

» Concevons maintenant que, la raison t étant toujours réelle et positive, la base x devienne une exponentielle trigonométrique, de sorte qu'on ait

$$(32)\qquad x = e^{\psi\sqrt{-1}},$$

ψ désignant un arc réel. Posons d'ailleurs, comme dans les précédents Mémoires,

$$(33)\qquad \Omega(x, t) = \varpi(tx, t)\,\varpi(tx^{-1}, t),$$

on aura

$$\Pi(x, t) = (1 + x)\,\Omega(x, t),$$

par conséquent,

$$\omega = \frac{1-x}{1+x}\,\frac{\Omega(-x, t)}{\Omega(x, t)};$$

puis, en substituant pour x sa valeur $e^{\psi\sqrt{-1}}$, on trouvera

$$(34)\qquad \omega = -\sqrt{-1}\,\Psi\,\operatorname{tang}\frac{\psi}{2},$$

la valeur de Ψ étant

$$\Psi = \frac{\Omega(-x, t)}{\Omega(x, t)},$$

ou, ce qui revient au même,

$$(35)\qquad \Psi = \frac{(1-2t\cos\psi+t^2)(1-2t^2\cos\psi+t^4)\ldots}{(1+2t\cos\psi+t^2)(1+2t^2\cos\psi+t^4)\ldots}.$$

Cela posé, il est clair que, pour des valeurs croissantes de ψ, comprises entre les limites $\psi = 0$, $\psi = \pi$, le produit

$$\Psi\,\operatorname{tang}\frac{\psi}{2}$$

croîtra lui-même depuis la limite zéro jusqu'à la limite $\frac{1}{0}$. On pourra donc

supposer

$$\Psi \operatorname{tang} \frac{\psi}{2} = \sqrt{c} \operatorname{tang} p,$$

p désignant une variable réelle qui deviendra nulle pour $\psi = 0$, et acquerra la valeur $\frac{\pi}{2}$ pour $\psi = \pi$. Alors la formule (34) donnera

(36) $$\omega = -\sqrt{c} \operatorname{tang} p \sqrt{-1},$$

et l'on tirera des équations (11), (21)

(37) $$\begin{cases} D_p \psi = -\dfrac{\sqrt{c}}{\omega\, \upsilon \cos^2 p}, \\ \omega^2 \upsilon^2 \cos^4 p = \dfrac{B^4}{4A^4}(1 - c_{,}^2 \sin^2 p), \end{cases}$$

la valeur de $c_{,}$ étant

(38) $$c_{,} = \sqrt{1 - c^2}.$$

D'ailleurs, p croissant avec ψ, $D_p \psi$ devra être positif; et par suite, eu égard à la première des formules (37), le produit $\omega \upsilon \cos^2 p$ devra être négatif. On aura donc

$$\omega \upsilon \cos^2 p = -\frac{B^2}{2A^2}(1 - c_{,}^2 \sin^2 p)^{\frac{1}{2}},$$

$$D_p \psi = \frac{C}{(1 - c_{,}^2 \sin^2 p)^{\frac{1}{2}}};$$

puis, en intégrant les deux membres de la dernière équation, de telle sorte qu'ils s'évanouissent pour $p = 0$, on trouvera

(39) $$\psi = C \int_0^p \frac{dp}{\sqrt{1 - c_{,}^2 \sin^2 p}},$$

la valeur de C étant toujours déterminée par la formule (26); on aura donc

(40) $$\psi = Cs,$$

la valeur de s étant

(41) $$s = \int_0^p \frac{dp}{\sqrt{1 - c_{,}^2 \sin^2 p}},$$

et par conséquent p sera l'amplitude de l'intégrale elliptique

$$s = C^{-1} \psi,$$

le module étant représenté, non plus par la quantité positive c, mais par une autre quantité positive $c_{,}$ liée à c, de manière que l'on ait

$$(42) \qquad c^2 + c_{,}^2 = 1.$$

Cela posé, on tirera de la formule (36), jointe à l'équation (5),

$$(43) \qquad \operatorname{tang} p = c^{-\frac{1}{2}} \frac{\Pi(-x, t)}{\Pi(x, t)} \sqrt{-1},$$

p désignant l'amplitude de s relative au module $c_{,} = \sqrt{1-c^2}$, et la valeur de x étant donnée par la formule

$$(44) \qquad x = e^{Cs\sqrt{-1}}.$$

De plus, en intégrant les équations (19), on obtiendra de nouveau les équations (30) desquelles on tirera, eu égard à la formule (36),

$$(45) \qquad \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1 - c_{,}^2 \sin^2 p}}{\cos p} = \dfrac{\Pi(1, t)}{\Pi\left(t^{\frac{1}{2}}, t\right)} \dfrac{\Pi\left(t^{\frac{1}{2}} x, t\right)}{\Pi(x, t)} x^{\frac{1}{2}}, \\ \text{et} \\ \dfrac{1}{\cos p} = \dfrac{\Pi(1, t)}{\Pi\left(-t^{\frac{1}{2}}, t\right)} \dfrac{\Pi\left(-t^{\frac{1}{2}} x, t\right)}{\Pi(x, t)} x^{\frac{1}{2}}. \end{cases}$$

Ajoutons, qu'en tenant compte de la formule (18), on tirera des équations (43) et (45)

$$(46) \qquad \begin{cases} \sin p = \dfrac{\Pi\left(t^{\frac{1}{2}}, t\right)}{\Pi(1, t)} \dfrac{\Pi(-x, t)}{\Pi\left(-t^{\frac{1}{2}} x, t\right)} \dfrac{\sqrt{-1}}{x^{\frac{1}{2}}}, \\ \cos p = \dfrac{\Pi\left(-t^{\frac{1}{2}}, t\right)}{\Pi(1, t)} \dfrac{\Pi(x, t)}{\Pi\left(-t^{\frac{1}{2}} x, t\right)} \dfrac{1}{x^{\frac{1}{2}}}, \\ \sqrt{1 - c_{,}^2 \sin^2 p} = \dfrac{\Pi\left(-t^{\frac{1}{2}}, t\right)}{\Pi\left(t^{\frac{1}{2}}, t\right)} \dfrac{\Pi\left(t^{\frac{1}{2}} x, t\right)}{\Pi\left(-t^{\frac{1}{2}} x, t\right)}. \end{cases}$$

Ajoutons encore qu'en vertu de la formule (44) on a, pour une valeur de $\psi = Cs$, comprise entre les limites 0, $\frac{\pi}{2}$,

$$x^{\frac{1}{2}} = e^{\frac{1}{2}Cs\sqrt{-1}},$$

et qu'il suffit de remplacer $x^{\frac{1}{2}}$ par $e^{\frac{1}{2}Cs\sqrt{-1}}$ dans les seconds membres des formules (45), (46), pour rendre ces formules applicables, non-seulement au cas où l'angle ψ reste compris entre les limites o, $\frac{\pi}{2}$, mais encore au cas où cet angle est renfermé entre les limites $\frac{\pi}{2}$ et π.

» En vertu des formules (46), la détermination des trois fonctions elliptiques

$$\sin p,\ \cos p,\ \sqrt{1 - c_{,}^2 \sin^2 p},$$

se trouve ramenée à la détermination de rapports entre des factorielles réciproques dont les bases sont proportionnelles à la variable imaginaire

$$x = e^{Cs\sqrt{-1}}.$$

» Pour que les formules (28), (31), (46) puissent effectivement servir à la détermination des fonctions elliptiques

$$\sin p,\ \cos p,\ \sqrt{1 - c^2 \sin^2 p},\quad \sqrt{1 - c_{,}^2 \sin^2 p},$$

lorsque les valeurs de s et de c sont données, il est nécessaire de pouvoir déduire les valeurs des quantités C et t, de la valeur supposée connue d'un module c. On y parvient aisément à l'aide des considérations suivantes.

» Posons

$$(47)\qquad \varsigma = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dp}{\sqrt{1 - c^2 \sin^2 p}},$$

ou, ce qui revient au même,

$$(48)\qquad \varsigma = \frac{\pi}{2}\left[1 + \left(\frac{1}{2}c\right)^2 + \left(\frac{1.3}{2.4}c^2\right)^2 + \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}c^3\right)^2 + \ldots\right],$$

et soit de plus τ ce que devient ς quand on y remplace c par $c_{,}$. On tirera de la formule (39), en y posant $p = \frac{\pi}{2}$,

$$\pi = C\tau;$$

par conséquent

(49) $$C = \frac{\pi}{\tau},$$

et des formules (25), (27), en y posant $x = t^{\frac{1}{2}}$,

$$t^{\frac{1}{2}} = e^{-C\varsigma}, \quad = e^{-\frac{\pi\varsigma}{\tau}};$$

par conséquent

(50) $$t = e^{-\frac{2\pi\varsigma}{\tau}}.$$

On peut remarquer d'ailleurs qu'en posant $p = \frac{\pi}{2}$, et par suite $x = t^{\frac{1}{2}}$, on tire de la première des formules (30)

$$c_{\prime} = t^{\frac{1}{4}} \left[\frac{\Pi(1, t)}{\Pi\left(t^{\frac{1}{2}}, t\right)} \right]^2.$$

» Jusqu'ici nous avons supposé la raison t réelle, et la variable x réduite à une quantité réelle ou à une exponentielle trigonométrique. Nous pourrons, dans un autre Mémoire, examiner les résultats que fournissent les intégrales des formules (11) et (19), lorsque les variables x, t reçoivent des valeurs imaginaires quelconques. Les calculs qui précèdent montrent déjà le parti qu'on peut tirer de ces intégrales, et comment on peut en distraire immédiatement les formules qui réduisent les fonctions elliptiques à des rapports de factorielles réciproques. Observons, au reste, que ces formules coïncident, quand la variable x est imaginaire, avec celles qu'a données M. Jacobi, et qu'on peut, comme l'on sait, passer de ce cas à l'autre, à l'aide de transformations connues.

» J'ajouterai que les formules (16) ou (17), dont les intégrales servent à transformer en rapports de factorielles des intégrales elliptiques de troisième espèce, pourraient elles-mêmes se déduire d'une équation donnée pour cet objet par M. Jacobi. »

M. Becquerel, en offrant à l'Académie un exemplaire d'un ouvrage intitulé : *Éléments d'électro-chimie avec ses applications*, donne les détails suivants sur la marche qu'il a adoptée :

« Dans cet ouvrage, je me suis attaché à exposer les principes généraux à l'aide desquels on parvient à faire *presque toutes* les opérations de la chimie, au

moyen des forces électriques. Je dis *presque toutes*, car l'électro-chimie date de trop peu pour qu'on ait eu le temps de passer en revue toutes les expériences de chimie. Mon but a été de présenter un cadre dans lequel viendront successivement se placer toutes les découvertes, fruit de travaux ultérieurs et qui ne sauraient se faire attendre; car en Europe, et je pourrais même dire partout où l'on s'occupe des sciences physiques, il y a aujourd'hui concours d'émulation pour étendre le domaine de l'électro-chimie, concours qui ne peut manquer de produire les plus heureux résultats.

» Cet ouvrage eût été incomplet, si je n'eusse pas fait suivre par les applications l'exposé des principes; aussi me suis-je attaché à traiter avec d'assez grands développements tout ce qui concerne l'application des métaux et des oxydes sur d'autres métaux, ainsi que la galvanoplastie.

» Quant à la métallurgie électro-chimique, les développements dans lesquels j'eusse été forcé d'entrer sont tellement étendus, que les limites de ce volume auraient été dépassées. Cette application fera l'objet d'une publication spéciale à laquelle je travaille en ce moment. »

GÉOMÉTRIE. — *Propriétés générales des arcs d'une section conique, dont la différence est rectifiable; par* M. CHASLES.

« La comparaison des arcs d'une section conique dont la différence est rectifiable, c'est-à-dire assignable en ligne droite, a paru jusqu'ici, comme la plupart des questions de *périmètre*, devoir être presque exclusivement du domaine de l'analyse. Du moins, c'est par cette méthode, et comme donnant lieu à des exercices de calcul intégral, que les géomètres, parmi lesquels il faut citer surtout Jean Bernoulli, Fagnani, Euler et Legendre, ont traité ce sujet, qui n'est plus regardé aujourd'hui que comme une simple application de la vaste théorie des *transcendantes elliptiques*.

» Cependant les heureux essais de M. Brinkley, professeur d'astronomie à l'Université de Dublin, qui a démontré par la géométrie l'élégant théorème de Fagnani sur les arcs d'ellipse (1), et de M. Mac Cullagh, qui dans ces derniers temps a donné surtout une démonstration très-simple du fameux théorème de Landen sur la rectification d'un arc d'hyperbole par deux arcs d'ellipses (2), auraient dû engager à entrer plus avant dans cette voie.

---

(1) *Transactions de l'Académie royale d'Irlande*, t. IX; année 1803.
(2) *Ibid.*, t. XVI; année 1830.

» J'ai reconnu en effet qu'en considérant ces questions sous un point de vue nouveau, on peut les traiter par la seule géométrie, et que cette méthode conduit à des résultats élégants et présente des avantages qui lui sont propres.

» Elle est la même pour les trois courbes, ellipse, hyperbole et parabole, qui exigent, en analyse, des formules et des calculs différents;

» Elle fait connaître des relations immédiates et fort simples, entre les arcs comparés, relations restées inaperçues jusqu'ici;

» Elle conduit à diverses propriétés de ces arcs, d'autant plus curieuses, qu'il y entre des relations de périmètres et des conditions de *maximum* et de *minimum*, qu'on sait être presque toujours difficiles à traiter, même par l'analyse;

» Enfin, cette marche synthétique a encore ici un avantage particulier, c'est qu'elle s'applique aux *coniques sphériques*, sujet d'un ordre plus relevé sous le point de vue analytique.

» On détermine sur une conique sphérique les arcs dont la différence est assignable, non en ligne droite, comme pour les coniques planes, mais en arc de cercle; et l'on démontre diverses propriétés de ces arcs, analogues aux propriétés des arcs des coniques planes. Et ici le champ s'agrandit singulièrement, car on sait que toutes les propositions sphériques sont doubles, parce qu'à chaque figure tracée sur la sphère correspond une figure supplémentaire. La courbe qui correspond à une conique sphérique est elle-même une conique sphérique. De sorte que les propriétés de ces courbes, relatives à leurs arcs, donnent lieu à d'autres propriétés des mêmes courbes, d'un genre différent. Une chose singulière, qu'on n'aurait pu prévoir *à priori*, c'est que deux arcs d'une conique sphérique *dont la différence est assignable en arc de cercle*, donnent lieu, dans la conique supplémentaire, à deux segments *de même surface*. Une question de *différence d'arcs* se change donc en une question d'*égalité de surfaces*, qui paraît beaucoup plus simple.

» Je donne de ces propositions deux démonstrations différentes, dont le principe repose sur deux théorèmes d'une grande généralité, dus à M. Ch. Dupin. Ces théorèmes sont si différents par eux-mêmes, et les usages que l'auteur en a faits dans ses Mémoires : *De la stabilité des corps flottants*, et *Des routes de la lumière*, sont si différents aussi, qu'on ne verra pas sans intérêt ces belles propriétés de l'étendue concourir ici à des buts presque identiques. A ces théorèmes généraux il faudra joindre, dans un cas, une élégante propriété des sections coniques, démontrée par M. Poncelet, dans son *Traité des propriétés projectives*, et dans l'autre, une propriété des

coniques sphériques qui se trouve dans mon Mémoire sur les propriétés générales de ces courbes (1).

» Pour abréger, j'appellerai *arcs semblables* sur une section conique, les arcs que nous avons à considérer, c'est-à-dire les arcs dont la différence est assignable en ligne droite. J'appellerai *angle circonscrit* à un arc, l'angle formé par les deux tangentes menées par les extrémités de l'arc; et *côtés* de l'angle, les longueurs de ces tangentes comptées depuis les points de contact jusqu'à leur point de rencontre ou sommet de l'angle.

» Il y a entre les *arcs semblables* deux relations générales, différentes, qui constituent leurs propriétés les plus importantes et sont l'origine de la plupart des autres. Ces deux propriétés principales sont exprimées par les deux premiers des théorèmes suivants :

» I. *Deux arcs semblables d'une section conique ont toujours les sommets de leurs angles circonscrits, situés sur une seconde section conique décrite des mêmes foyers que la première ;*

» *Et la différence des deux arcs est égale à la somme des côtés de l'angle circonscrit au premier, moins la somme des côtés de l'angle circonscrit au second.*

» Ce théorème fournit une construction simple pour déterminer sur une conique, à partir d'un point donné, un arc semblable à un arc donné, et il fait connaître la différence entre les deux arcs.

» Il servira aussi pour construire un arc multiple, à une droite près, d'un arc donné; car il suffira de prendre, bout à bout, plusieurs arcs semblables à l'arc donné; l'arc continu formé de leur somme satisfera à la question.

» Enfin, ce même théorème montre que la construction d'un arc sous-multiple, à une droite près, d'un arc donné, dépend de la résolution d'une équation *algébrique*.

» Ce sont là les questions, analogues à la division d'un arc de cercle en parties égales, que l'analyse s'est attachée principalement à résoudre.

» Le théorème se prête à diverses autres questions. En effet, tous les arcs semblables, pris sur une conique, ont les sommets de leurs angles circonscrits situés sur une seconde conique homofocale. Conséquemment, toutes les cordes soutendues par ces arcs sont tangentes à une troisième conique, qui est la polaire de la seconde, par rapport à la première. Ces propriétés permettent, quand un arc est donné, de déterminer un arc *semblable*, qui satisfasse à certaines conditions, par exemple, que son angle circonscrit ait

(1) Mémoire inséré dans le t. VI des *Mémoires de l'Académie de Bruxelles;* ann. 1830.

son sommet situé sur une droite ou sur une courbe donnée, ou que cet angle soit de grandeur donnée; ou bien que la corde soutendue par l'arc passe par un point donné ou soit tangente à une courbe, ou soit de grandeur donnée, etc.

» II. *De quelque manière que soient pris sur une conique deux arcs semblables, les tangentes menées par leurs extrémités forment toujours un quadrilatère circonscriptible au cercle* (1).

» Ce théorème offre un nouveau moyen très-simple de déterminer, à partir d'un point donné, sur une conique, un arc semblable à un arc donné.

» Mais ce théorème est important surtout à raison des conséquences théoriques qui en découlent.

» III. *Quand deux arcs semblables ont une extrémité commune, leur différence est égale à la différence entre les tangentes menées par les deux autres extrémités et terminées à leur point de concours;*

» *Par ce point et l'extrémité commune des deux arcs, on peut faire passer une conique homofocale à la proposée.*

» Ce théorème donne le moyen de diviser un arc en deux parties dont la différence soit rectifiable. Car il suffit de faire passer par le sommet de l'angle circonscrit à l'arc, une conique homofocale à la proposée et rencontrant celle-ci; l'un des points de rencontre sera le point de division cherché; et la différence des deux arcs déterminés de la sorte sera égale à la différence des deux côtés de l'angle circonscrit à l'arc proposé.

» IV. *Quand deux arcs semblables ont une extrémité commune, dans l'angle formé par les tangentes menées par leurs deux autres extrémités, on peut inscrire un cercle qui touche la conique au point commun des deux arcs.*

» Ainsi, quand un cercle est tangent à une conique en un point quelconque, les deux tangentes communes à ces deux courbes déterminent sur la conique deux arcs compris entre leurs points de contact et le point de

---

(1) On peut demander quelle est la relation qui a lieu entre les arcs déterminés sur le cercle, comme sur la conique, par les quatre tangentes communes aux deux courbes. Cette relation se trouve comprise dans le théorème suivant:

Si l'on décrit une ellipse dans le plan d'une section conique quelconque A, et qu'on mène les quatre tangentes communes aux deux courbes, les points de contact marqueront sur la conique A deux arcs qui jouissent de cette propriété, que, la somme des éléments du premier divisés respectivement par les demi-diamètres de l'ellipse qui sont parallèles aux directions de ces éléments, moins la somme des éléments du second divisés respectivement par les demi-diamètres qui leur sont parallèles, forment deux intégrales dont la différence s'exprime algébriquement.

contact du cercle, qui ont leur différence rectifiable; et cette différence est égale à la différence des deux tangentes.

» V. *Si l'on divise un arc en* m *arcs semblables, c'est-à-dire en* m *arcs ayant deux à deux des différences rectifiables, ou, ce qui revient au même, en* m *arcs dont chacun ait avec la* m^e^ *partie de l'arc proposé une différence rectifiable, les points de division sont tels, que les tangentes à la courbe, en ces points, forment la portion de polygone de* (m + 1) *côtés qui a le périmètre* minimum, *parmi toutes les portions de polygone du même nombre de côtés, circonscriptibles à l'arc proposé.*

» VI. *Cette même portion de polygone a ses sommets situés sur une seconde conique décrite des mêmes foyers que la proposée, et a, par rapport à cette courbe, un périmètre* maximum; *c'est-à-dire que, de toutes les portions de polygones de* m *sommets inscriptibles dans le même arc de la seconde conique, cette portion de polygone est celle qui a le plus grand contour ou périmètre.*

» Ainsi la même portion de polygone, circonscrite à un arc de la première conique et inscrite dans un arc de la seconde, jouit tout à la fois, quant à son périmètre, des deux propriétés de *minimum* et de *maximum*, de même qu'une portion de polygone régulier, circonscrite à un arc de cercle et inscrite dans un autre arc de cercle concentrique.

» De sorte que dans ces questions de périmètres, ce sont des sections coniques décrites des mêmes foyers, qui correspondent à des cercles concentriques.

» VII. Au contraire, si ce sont les surfaces des polygones, que l'on compare, au lieu des périmètres, ce seront des coniques semblables, concentriques, et semblablement placées, qui correspondront aux cercles, c'est-à-dire que : *Si une portion de polygone est circonscrite à un arc de section conique, et inscrite dans un autre arc de section conique semblable, semblablement placée et concentrique à la première, cette portion de polygone aura sa surface* minimum *par rapport à toute autre portion de polygone de même nombre de côtés circonscrite au premier arc, et* maximum *par rapport à toute autre portion de polygone inscrite dans le second arc.*

» VIII. *Quand deux arcs d'une section conique sont semblables, si on leur circonscrit les deux portions de polygones de* m *côtés, de périmètre minimum, la différence des deux périmètres sera toujours la même, quel que soit le nombre des côtés, et sera égale précisément à la différence des deux arcs.*

» IX. Toutes ces propositions sont communes aux trois sections coni-

ques. On en conclut aisément divers corollaires qui expriment quelques propriétés particulières de ces courbes. Pour l'hyperbole, par exemple, on voit sur-le-champ que la différence entre l'arc infini de la courbe, compté à partir d'un point quelconque, et l'asymptote aussi infinie, est une quantité finie qui s'exprime par un arc de la courbe, et qui, conséquemment, ne peut être assignée en ligne droite.

» L'ellipse étant la seule courbe fermée et à laquelle on puisse circonscrire un polygone complet, elle est la seule qui donne lieu aux théorèmes suivants.

» X. *Si l'on conçoit une ellipse divisée en un certain nombre d'arcs semblables, et le polygone circonscrit, formé par les tangentes aux points de division,*

» 1°. *Les sommets de ce polygone seront tous situés sur une seconde ellipse décrite des mêmes foyers que la proposée;*

» 2°. *Pour un autre polygone pareil, répondant à un autre point de départ des divisions de l'ellipse, la seconde courbe sera toujours la même;*

» 3°. *Ces polygones auront tous le même périmètre;*

» 4°. *Ce périmètre est minimum par rapport à tous autres polygones du même nombre de côtés circonscrits à l'ellipse;*

» 5°. *Et il est maximum par rapport à tous autres polygones du même nombre de côtés inscrits dans la seconde ellipse.*

» Ce théorème ne s'applique pas seulement aux polygones convexes formés par les tangentes aux points de division de la courbe, prises consécutivement pour côtés; il a lieu pour les polygones étoilés de même espèce, formés par ces mêmes tangentes dont on prend les points de concours de trois en trois, de quatre en quatre, etc., pour sommets du polygone.

» XI. Réciproquement, *quand un polygone de* m *côtés est inscrit à une ellipse, et en même temps circonscrit à une seconde ellipse décrite des mêmes foyers que la première, ce polygone est, par rapport à la première courbe, un polygone inscrit de périmètre maximum, et par rapport à la seconde, un polygone circonscrit de périmètre minimum.*

» *Ses* m *côtés marquent sur l'ellipse inscrite les divisions de cette courbe en* m *arcs ayant deux à deux des différences rectifiables.*

» *Une infinité d'autres polygones peuvent être inscrits dans la première courbe et circonscrits en même temps à la seconde.*

» *Tous ces polygones ont le même périmètre.*

» XII. *Un polygone* quelconque *étant circonscrit à une ellipse, on pourra circonscrire à cette courbe une infinité d'autres polygones, tels que les arcs compris entre les angles de chacun d'eux étant comparés, un à un, aux arcs*

compris entre les angles du premier, donneront des différences rectifiables.

» *Tous ces polygones auront le même périmètre, c'est-à-dire que la somme de leurs côtés formera toujours une même longueur.*

» Dans la construction d'un nouveau polygone, il n'est pas nécessaire que les arcs soutendus par ses angles aient entre eux le même ordre que les arcs relatifs au premier polygone, auxquels ils correspondent.

» XIII. Quand deux ellipses sont décrites des mêmes foyers, les deux tangentes à la courbe interne, menées par un point de la courbe externe, font des angles égaux avec la normale en ce point; de sorte que l'une des tangentes étant considérée comme un rayon lumineux incident, l'autre représentera le rayon réfléchi (1).

» Il suit de là qu'un rayon parti dans une direction quelconque et qui éprouve plusieurs réflexions successives sur la concavité d'une ellipse, ne cesse pas, dans toutes ses directions, d'être tangent à une même ellipse homofocale à la première.

» D'après cela : *Quand un rayon lumineux parti d'un point d'une ellipse se réfléchit sur la courbe et revient au même point après un certain nombre de réflexions, le polygone formé par les directions consécutives de ce rayon a toujours le même périmètre, quel qu'ait été sur la courbe son point de départ, le nombre des réflexions étant toujours le même.*

» XIV. Plus généralement, m *ellipses étant décrites des mêmes foyers, si un rayon parti d'un point de l'une se réfléchit successivement sur les autres et revient au même point, le polygone formé par les* m *directions du rayon a toujours le même périmètre, quel qu'ait été le point de départ du rayon*

» *Ce périmètre est maximum par rapport à tous autres polygones de* m *côtés, dont les sommets seraient situés respectivement sur les* m *ellipses.*

» Plusieurs ellipses peuvent se confondre. Une ellipse peut avoir son petit axe nul et se réduire au segment rectiligne compris entre les deux foyers. Toutes les tangentes à cette ellipse seront des droites passant par ces points.

» Dans une prochaine communication qui aura pour objet les propriétés des coniques sphériques, je ferai connaître les considérations de géométrie qui m'ont conduit à ces diverses propositions. »

---

(1) Cela résulte du théorème suivant, démontré par M. Poncelet dans son *Traité des propriétés projectives des figures* (page 277) : *Si l'on joint, par des droites, le sommet d'un angle quelconque circonscrit à une section conique, avec les deux foyers de la courbe, ces deux droites formeront respectivement des angles égaux avec les tangentes, et par conséquent avec la droite qui divise, soit l'angle, soit le supplément de l'angle de ces tangentes, en deux parties égales.*

RAPPORTS.

ÉCONOMIE RURALE. — *Rapport sur les communications de* MM. **Hardy**, **Liautaud** *et* **Simon**, *relatives à l'opium d'Algérie, transmises par* M. le Maréchal Ministre de la Guerre.

(Commissaires, MM. de Mirbel, Boussingault, Payen rapporteur.)

« L'Académie nous a chargés d'examiner plusieurs pièces relatives à des essais de récolte d'opium en Algérie et aux pratiques usitées à cet égard dans les Indes orientales.

» L'opium, ce produit du pavot somnifère, si remarquable par le nombre et l'importance des principes immédiats que les chimistes en ont extraits, est aussi, comme chacun sait, un des médicaments les plus utiles et les plus fréquemment employés.

» Dans les cas même où son concours direct à la guérison des maladies est incertain, l'opium peut encore rendre de grands services à l'humanité, en aidant à supporter des douleurs que ses précieuses propriétés calmantes dissimulent en partie.

» Quant aux regrettables effets que sa vertu enivrante fait rechercher par certains peuples, et que des intérêts commerciaux propagent, nous n'avons pas à nous en préoccuper ici. Nous examinerons dans ce Rapport les moyens de réaliser ses bienfaisantes influences d'une manière plus constante surtout, et plus économique peut-être.

» Les qualités de l'opium commercial sont malheureusement très-variables, suivant des circonstances de localité, de culture et de récolte, obscures encore et que viennent compliquer beaucoup des altérations fortuites et des mélanges faits à dessein pour subvenir à l'accroissement de la consommation.

» En effet, de 1827 à 1828, l'exportation de l'opium du Bengale pour la Chine comprit 550 765 kilogrammes, et l'extension graduelle de ce commerce porta, en 1833, la quantité exportée pour la même destination à 1 397 887 kilogrammes.

» Sans doute la production réelle ne suivit pas la même progression croissante, et de là probablement l'augmentation du poids des enveloppes de feuilles, qui s'élèvent souvent au quart du poids total, et des mélanges de sucs inférieurs obtenus par expression.

» A la vérité ces derniers mélanges, en procurant des produits plus abon-

dants et moins actifs, pouvaient à la fois augmenter les profits des producteurs ou négociants et ménager la santé des consommateurs chinois ; mais ils contribuèrent surtout à discréditer en Europe les différentes variétés d'opium de l'Inde.

» Il suffirait, pour s'en convaincre, d'examiner attentivement, comme nous l'avons fait nous-mêmes, les belles collections de M. Guibourt et de consulter les notions positives que ce savant possède sur ce sujet.

» On comprend ainsi pourquoi l'opium de l'Inde, rarement importé à Londres, est peu en usage à Paris (1).

» Il résulterait des analyses de Robiquet, Pelletier, de MM. Caventou, Guibourt, Dublanc, etc., que généralement l'opium médicinal le plus estimé, le plus riche en morphine, nous vient de l'Asie Mineure, par Smyrne, tandis que les produits tirés des provinces voisines, par Constantinople, sont de beaucoup inférieurs. Les premiers, provenant d'exsudations obtenues par des incisions peu profondes, converties en larmes arrondies, puis agglomérées en masses irrégulières enveloppées dans une ou deux feuilles de pavot et séparées par quelques graines de Rumex, renferment pour 100, de 9 à 10,5 de morphine. Les seconds, contenant un mélange en proportions variables de sucs exprimés et rapprochés en extrait, ne donnent que de 3 à 5 centièmes de leur poids de morphine pure.

» Entre ces deux qualités commerciales se place l'opium d'Égypte, peu usité; vient ensuite le dernier de tous, l'opium de l'Inde, employé plus rarement encore, variable dans ses formes extérieures, ses enveloppes, et qui n'a souvent donné aux essais que $0,\frac{1}{2}$ à 0,03 de morphine.

» Ces notions sur les valeurs relatives de l'opium, s'appuyant sur l'autorité de noms dignes de confiance, servent de guides dans les transactions commerciales; toutefois, afin de rechercher si cet état habituel des choses n'aurait pas subi quelque perturbation, nous avons cru devoir constater la valeur de plusieurs échantillons plus récemment introduits dans la consommation pour l'usage médicinal : bien nous en a pris, car ces nouveaux essais semblent révéler qu'en ce moment même des changements notables sont arrivés dans les qualités des produits des diverses provenances. Nous en indiquerons plus loin l'importance et les causes probables.

» Quoi qu'il en soit, on admettra sans doute avec nous qu'il y aurait un

---

(1) *Voyez* à cet égard les documents publiés dans le *Journal de Pharmacie*, t. VII, par MM. Pereira et Christison.

grand intérêt, pour la pratique médicale, à régulariser l'extraction, la préparation, et par suite les dosages de l'opium; que l'on y parviendrait probablement en déterminant les conditions de culture, de récolte et de conservation correspondantes à des produits dont la valeur serait expérimentalement constatée.

» Une occasion favorable se présente d'étudier et d'approfondir ces importantes questions. Grâces, en effet, à la sécurité graduellement acquise dans notre belle province d'Alger, nos compatriotes pourront se livrer à des essais de culture du *Papaver somniferum*, sous une latitude peu différente de celle où, dans l'Anatolie, on a longtemps obtenu les meilleures variétés d'opium médicinal.

» Déjà les premières tentatives faites par les soins de M. Hardy, directeur de la pépinière centrale, ont éveillé la sollicitude de M. le maréchal ministre de la Guerre, qui s'est empressé de demander à l'Académie son opinion sur la possibilité et les moyens de réaliser cette nouvelle application utile, en Algérie, et d'abord sur la qualité de l'opium d'un premier essai.

» M. Hardy expose les détails d'une culture opérée sur une trop petite échelle, ainsi qu'il le reconnaît lui-même, pour établir un prix de revient. Il demande si l'on ne devrait point essayer la culture de deux espèces de pavots différentes du *Papaver somniferum* : nous ne le pensons pas; du moins tout porte à croire qu'on se trompe en supposant que ces deux espèces (*Papaver orientale* et *bracteatum*) sont cultivées par les Orientaux pour en obtenir de l'opium.

» L'auteur, partageant en cela un préjugé très-répandu, suppose que l'opium exotique importé chez nous est toujours de qualité inférieure, par la raison qu'il aurait été exclusivement obtenu par expression et ébullition, tandis que les produits plus purs obtenus par les incisions des capsules seraient réservés pour la consommation des personnes opulentes du pays. L'agglomération des larmes en une seule masse a seule accrédité cette erreur, que démentent un examen plus attentif et l'analyse comparée.

» Ce n'est donc pas sur cette considération que l'on pourrait fonder l'espérance d'obtenir des produits de qualité supérieure.

» M. Hardy a d'ailleurs pris le parti le plus convenable, en envoyant à Paris le produit de sa récolte : 50 grammes d'opium provenant de neuf cent quatre-vingt-dix têtes de pavots, exclusivement extraits des exsudations du suc propre, à l'aide d'incisions sur les capsules. Cet opium présente tous les caractères des plus beaux échantillons de Smyrne, non-seulement l'aspect d'une agglomération de larmes, la couleur fauve, mais encore l'odeur spé-

ciale et franche rappelant celle des fleurs de pavot; tandis que l'opium du Bengale, et plus particulièrement les mélanges d'exsudations et d'extraits, exhalent une odeur de champignon plus ou moins aromatique.

» L'échantillon de M. Hardy perdit à la dessiccation 7,60 pour 100.

» Analysé dans la vue de déterminer la proportion de morphine, il a donné, pour 100 parties à l'état normal, 5,02 de morphine cristallisée, privée de narcotine par l'éther.

» Désirant comparer sous le même rapport cet échantillon avec l'opium commercial de bonne qualité et actuellement en usage, nous avons prié M. Bussy, professeur à l'École de Pharmacie, dont l'Académie connaît le nom et les beaux travaux, de nous donner son opinion à cet égard; il eut la complaisance d'analyser deux échantillons d'opium de Smyrne, et obtint de l'un 3,925, et de l'autre 4,1 de morphine pour 100.

» On voit que cette qualité d'opium exotique serait inférieure au produit envoyé d'Algérie. Nous avons cru devoir pousser plus loin nos investigations; et cherchant parmi les échantillons des derniers arrivages ceux qui offriraient les plus belles apparences, nous avons fixé notre choix sur une variété réunissant ces caractères et paraissant, d'après les formes des pains, l'odeur aromatique et la provenance indirecte, appartenir aux produits de l'Inde; elle perdit, par la distillation, 7,5 pour 100.

» L'analyse faite en suivant le même procédé donna, pour 100 en poids de cet opium brut, 10,7 de morphine cristallisée, blanche et pure; ce qui correspond au rendement des meilleures variétés commerciales.

» Peut-être expliquerait-on comment les qualités des deux principales provenances se seraient interverties en admettant, d'une part, que les nombreuses demandes d'opium médicinal par la voie de Smyrne auraient occasionné quelques mélanges pour subvenir à la consommation accrue, et que, d'un autre côté, les producteurs de l'Inde, menacées l'année dernière d'une grande diminution dans les débouchés pour la Chine, auraient préparé à dessein de l'opium d'exsudations sans mélanges, afin de l'écouler comme produit destiné, soit à la pharmacie, soit à l'extraction de la morphine.

» Quelque incertitude que ces suppositions puissent offrir, tous les faits précédents s'accordent avec ceux que nous venons de constater pour montrer combien la qualité de l'opium est variable dans le commerce, et tout l'intérêt qui s'attacherait aux moyens d'obtenir une qualité constante.

» Les essais entrepris par M. Hardy semblent devoir conduire au but; cet habile agriculteur fait d'ailleurs remarquer que la récolte de l'opium ne s'opposerait pas à ce qu'on obtînt des graines de pavot la sorte d'huile

désignée vulgairement sous la dénomination d'*huile d'œillette*, employée pour la table, pour l'éclairage et la fabrication des savons : qu'ainsi le prix de revient de l'opium pourrait être diminué de toute la valeur nette de cette huile.

» L'Académie a renvoyé à la même Commission l'examen d'une Notice rédigée par M. Liautaud, chirurgien de marine, sur les procédés de culture du pavot somnifère et la préparation de l'opium ; les renseignements recueillis au Bengale par l'auteur sont, en grande partie, dus à l'obligeance du docteur Wallich, ex-directeur du Jardin des Plantes, professeur de botanique au Collége médical de Calcutta, et de M. Monad, professeur de chimie au même Collége.

» Dans cette Notice, on indique une variété commerciale appelée *opium chinois*, sans doute correspondante aux qualités destinées au commerce avec la Chine, et l'on désigne sous la dénomination d'*opium médicinal* les produits préparés dans la factorerie de Patna, conservés en pains rectangulaires séparés par des lamelles de mica, qui, par leurs caractères extérieurs, et d'après l'analyse du docteur Mouchead, nous paraissent en effet de la meilleure qualité, et semblables à la variété récemment importée dans l'entrepôt de Paris.

» Le docteur Mouchead fait observer que les autres variétés commerciales contiennent seulement de $\frac{1}{2}$ à 2 pour 100 de morphine, tandis que dans celui-ci il en à trouvé 10,5 pour 100; on se rappelle que l'échantillon de l'entrepôt de Paris nous a donné 10,7.

» Il nous paraît donc, comme aux auteurs précités, que l'opium indien de *Patna-Garden* est de qualité supérieure à toutes les autres variétés existantes dans le commerce du Bengale.

» Nous extrairons de la Notice de M. Liautaud, les passages relatifs aux circonstances de climat, de culture et de récolte, qui pourraient être consultés avant de choisir le terrain, les amendements et engrais convenables aux essais à entreprendre en Algérie.

« Le district de Patna, situé dans le haut Bengale et sur la rive droite du » Gange, est compris entre 25 degrés et 25°41′ de latitude nord, 84°38′ » et 86 degrés de longitude est (Greenwich). Sa superficie est évaluée à » 1 896 milles carrées; mais la majeure partie de cette superficie, noyée sous » les inondations du Gange, est transformée en marais incultes pendant la » plus grande partie de l'année. La seule portion du sol susceptible d'être » cultivée forme une zone étroite que son élévation met à l'abri des inonda- » tions périodiques, et sur laquelle est bâtie l'antique cité de Patna.

» Trois localités de ce district sont plus particulièrement consacrées » à la culture du pavot. Dans les deux premières le sol alluvial, formé par » les atterrissements successifs du Gange, offre un mélange de couches sa- » blonneuses et argileuses, de couleur gris cendré plus ou moins perméable » à l'eau.

» Quant à la troisième, qui s'étend autour de la ville de Patna dans une » étendue d'environ 9 milles et que l'on nomme le Jardin ou le Dearah, elle » présente une variété particulière de terrain, désignée par les indigènes » sous le nom de *charapanee*, regardée comme la plus propice pour la cul- » ture du pavot. Ce terrain est formé par un mélange de sable et d'argile, for- » tement imprégné de salpêtre et d'une petite quantité de carbonate de soude. » Il augmente ou diminue de valeur suivant la quantité plus ou moins grande » de ces deux substances qu'il contient. Trois seers (à peu près 3 kilo- » grammes) de graines de pavot, semées dans un beegah de ce terrain, rap- » portent, terme moyen, 15 seers ou kilogrammes d'opium.

» Patna, situé sur un sol beaucoup plus élevé au-dessus du niveau de la » mer que celui de Calcutta, jouit d'une température plus modérée que » cette dernière ville. C'est au mois de juin que le thermomètre atteint son » maximum d'élévation. La température moyenne est alors de 102 degrés » Fahrenheit (38°,89 centig.). C'est en décembre qu'il atteint son maximum » d'abaissement, c'est-à-dire 48 degrés Fahrenheit (8°,89 centig.).

» Les pluies commencent à tomber en juin, à l'époque de l'apparition des » vents d'est; elles tombent alors à de très-courts intervalles et avec le degré » de violence propre aux climats intertropicaux pendant un mois et demi, » cessent en septembre pour recommencer en octobre et cesser complète- » ment vers la fin de ce mois ou vers la mi-novembre.

» La quantité d'eau tombée pendant les sept dernières années (1834 » à 1841) a été évaluée à 332 pouces.

» Le maximum de la quantité annuelle a été de 36 pouces.

» Le minimum de la quantité annuelle a été de 3 pouces.

» Pendant le mois de décembre et jusqu'à la mi-janvier, des brouillards » épais règnent ordinairement toute la matinée.

» En février, mars et avril, les rosées sont très-abondantes.

» L'année climatérique est divisée en trois saisons.

» 1°. La saison chaude, qui commence vers le milieu de mars et se ter- » mine au commencement de juin;

» 2°. La saison pluvieuse, qui commence en juin et se termine en octobre;

» 3°. La saison froide, beaucoup plus modérée que dans les autres parties

» du nord du Bengale, et qui n'est réellement froide que pendant les deux » premiers mois qui suivent la saison pluvieuse.

» C'est dans les derniers jours d'octobre, immédiatement après les der- » nières pluies, que commencent les travaux préliminaires de la culture du » pavot. On choisit un terrain facile à arroser; on le défonce à la profon- » deur d'un pied, et lorsque la couche défoncée est à moitié desséchée par » l'évaporation, on la mélange avec une proportion variable de boue re- » cueillie dans les ruisseaux et les fossés qui bordent les routes, boue tou- » jours fortement imprégnée de sels nitreux; on ajoute une certaine pro- » portion de cendres et résidus gras de ménage.

» Ces amendements se *dosent*, si je puis m'exprimer ainsi, sur les pro- » priétés connues du terrain que l'on a choisi. Ce terrain est ensuite divisé » en planches ou carrés d'environ 6 pieds de longueur sur 4 de largeur; on » sépare ces planches par des sentiers d'un pied et demi de largeur pour » faciliter les opérations successives de sarclage, récolte, etc.

» Les semailles commencent en novembre; on estime qu'il faut environ » 3 seers (kilogrammes) de semence pour un beegah (1 200 pieds carrés) » de bonne terre. On sème à la volée, et l'on recouvre à la houe le len- » demain. On commence les sarclages lorsque la plante a déjà atteint 13 à » 16 centimètres de hauteur. Dans les pays chauds, ces opérations doivent » être répétées plus souvent que dans nos contrées tempérées, à cause de la » vigueur et de la rapidité de la végétation.

» On arrose fréquemment, et toutes les fois que l'état du terrain le de- » mande, jusqu'aux approches de l'époque de la maturité des capsules, c'est- » à-dire jusqu'au mois de mars; il faut alors suspendre ces arrosements lors- » que les vents d'ouest menacent de souffler avec violence, sous peine de » voir la plantation entièrement détruite.

» C'est vers la fin de mars que commence la récolte de l'opium. La tem- » pérature moyenne est alors très-élevée. Pendant le jour, le thermomètre » se maintient à l'ombre entre + 32 degrés centigrades et + 36 degrés cen- » tigrades, tandis qu'il tombe pendant la nuit à + 25 degrés centigrades: » aussi les rosées sont très-abondantes.

» Les Indiens reconnaissent le degré convenable de maturité des capsules » à la nuance de la coloration, au moment où elle passe du vert au jaune, » et à la chute complète des pétales : c'est alors seulement qu'ils procèdent à » l'extraction de l'opium.

» Cette opération consiste à pratiquer quatre incisions parallèles sur » chaque capsule, à l'aide d'un instrument composé de quatre lames, en

» forme de nos lames de grattoir emmanchées ensemble, ou bien d'un cou-
» teau à lame pointue, ou tout simplement avec une coquille de moule de
» rivière. Ces incisions doivent être faites en diagonale, pour empêcher le
» suc laiteux qui en découle de tomber à terre.

» Il est très-essentiel que cette opération soit exécutée pendant les
» heures les plus chaudes de la journée, pour que la pellicule, qui vient se
» former à la superficie du suc laiteux, ait le temps de se développer avant
» la nuit. Sans cette précaution, ce suc serait délayé par la rosée, et privé
» de la plus grande partie de ses principes actifs. Dès que les incisions sont
» pratiquées, il s'écoule de chacune d'elles une goutte d'un suc blanc opaque,
» de consistance laiteuse excessivement âcre. Ce suc, exposé à l'air, s'épaissit,
» prend une coloration jaune de plus en plus foncée, et se recouvre d'une
» pellicule mince irisée qui augmente graduellement d'épaisseur.

» Vingt-quatre heures après l'incision, on trouve le suc laiteux transformé
» en une substance de consistance pâteuse ayant déjà tous les caractères
» physiques de l'opium.

» On recueille cette substance avec de larges couteaux peu tranchants, ou
» avec des coquilles de moule. Chaque incision en donne à peu près la va-
» leur de $0^{gr},05$. On réunit en boules toutes les portions ainsi recueillies,
» on jette ces boules dans des jarres en terre, et quand la récolte est termi-
» née, on en porte le produit aux factoreries du Gouvernement. Il ne reste
» plus qu'à compléter la dessiccation à l'air sous des hangars.

» Chaque tête de pavot ne fournit de l'opium qu'une fois seulement la va-
» leur de $0^{gr},20$. L'extraction de cette substance ne paraît pas nuire au
» développement des graines, qui sont utilisées de différentes manières par
» les indigènes. Les feuilles sont recueillies; on les fait dessécher, et on les
» emploie à la confection de la coque d'enveloppe de l'opium chinois. Les
» tiges de la plante desséchée servent de combustible. »

» Nous avons enfin reçu une troisième pièce sur le même sujet; elle contient les conclusions d'un rapport présentant l'analyse de l'opium récolté en Algérie par M. Simon.

» Cette analyse porte à 12 pour 100 la proportion de morphine; l'auteur, dont le nom n'est pas indiqué, en a conclu que l'opium d'Alger est plus pur que toutes les variétés commerciales, et que ce serait le seul opium véritablement en larmes sans mélanges.

» Il nous paraît fort probable que, dans l'analyse précitée, la morphine n'aura pas été épurée complétement avant d'en déterminer le poids, et nous

avons déjà vu plus haut que l'opium en larmes constitue réellement les bonnes variétés médicinales.

» L'auteur émet la pensée qu'il serait avantageux de cultiver le pavot somnifère dans les parties les plus chaudes de l'Algérie française, et surtout dans les localités à l'abri des vents du nord. C'est en effet ce qui nous semblerait convenable.

» L'Académie a pu voir, par les détails dans lesquels nous sommes entrés, que les communications qui lui sont faites par M. le Maréchal sont dignes de tout son intérêt, puisqu'elles présentent la probabilité d'une récolte avantageuse en Algérie, du moins quant à la bonne qualité des produits, et qu'elles offrent surtout une occasion très-favorable d'étudier et d'approfondir une question fort importante pour l'art médical.

» Une expérience prolongée nous semble, toutefois, indispensable pour décider l'opportunité de la culture du pavot somnifère sous le rapport économique.

» La Commission a l'honneur de vous proposer d'envoyer à M. le Ministre de la Guerre la copie de ce Rapport. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Rapport sur la roue hydraulique de* M. PASSOT.

(Commissaires, MM. Poncelet, Séguier, Lamé rapporteur.)

« L'Académie nous a chargés, MM. Poncelet, Séguier et moi, d'examiner les diverses communications adressées par M. Passot sur une turbine de son invention. Il a déjà été fait à l'Académie plusieurs Rapports sur le même sujet. Le 16 juillet 1838, une Commission, composée de MM. Arago et Coriolis, terminait ainsi son Rapport sur la roue hydraulique présentée par M. Passot, qui, à cette époque, faisait agir la pression sur des saillies intérieures :

« Vos Commissaires, tout en témoignant qu'ils ont vu avec intérêt les » expériences que l'auteur a faites pour étudier les effets de sa roue, re» grettent de ne pouvoir reconnaître une idée nouvelle dans son système. »

» Le 20 août 1838, M. Coriolis lisait à l'Académie une Note en réponse aux observations présentées par M. Passot contre le Rapport précédent; cette Note contient la phrase suivante :

« En reconnaissant que la vitesse effective, pendant la rotation, est in» férieure à celle qui avait été calculée jusqu'à présent par les auteurs, je

» dois reconnaître en même temps (dit M. Coriolis) que la roue de M. Passot » a plus d'avantage que je ne l'avais pensé d'abord, puisqu'elle peut rejeter » le fluide avec une vitesse presque nulle, et sans qu'il y ait de perte de » force vive dans l'intérieur. »

» Enfin, le 30 novembre 1840, une Commission, composée de MM. Savary, Poncelet, Coriolis, Piobert et Séguier, terminait ainsi son Rapport sur les communications de M. Passot :

« Vos Commissaires, en considérant que les expériences entreprises par » M. Passot l'ont conduit à modifier les anciennes bases d'établissement des » roues à réaction sans cloisons intérieures, sont d'avis que les faits observés » par cet ingénieur donnent aux roues qu'il a exécutées ou projetées un caractère nouveau, sans que néanmoins ces faits fournissent, quant à présent, aucune donnée positive sur l'appréciation de leurs effets mécaniques. »

» Toutes les communications, adressées postérieurement par M. Passot, ont eu pour objet principal de réclamer contre la restriction qui accompagne ces dernières conclusions, et qu'il considère comme une sorte d'interdit provisoire de l'emploi de sa machine dans l'industrie. Il a présenté récemment, comme devant combler la lacune qu'il signale, un rapport d'experts fait en avril dernier à la Cour royale de Bourges, par MM. d'Haranguier de Quincerot, ingénieur en chef, directeur du canal du Berry; Vauquelin, ingénieur en chef du département du Cher; Fabre, géomètre; et Dubois, meunier, sur des expériences ordonnées pour déterminer l'effet utile de sa turbine.

» M. Passot pense que cette nouvelle donnée et les faits d'hydrodynamique reconnus dans les Rapports académiques, établissent l'originalité et la supériorité de la roue de son invention sur des roues horizontales anciennement connues. Vos Commissaires ont dû se borner à examiner le nouveau document, et à discuter les prétentions de l'inventeur.

» Voici d'abord la description succincte que M. Passot donne lui-même de sa roue hydraulique :

« La modification de bases d'établissement des anciennes roues à réaction, dont parle le Rapport de 1840, consiste à avoir réduit ces anciennes roues à leurs éléments vraiment essentiels : un cylindre pour contenir le liquide moteur, les surfaces destinées à recevoir son action et les » orifices correspondants d'écoulement. Ces surfaces et ces orifices sont » exactement compris entre deux orifices concentriques, c'est-à-dire que » M. Passot retranche soigneusement toute autre surface ou saillie capable

» d'imprimer à l'eau le mouvement angulaire de la roue avant que ce liquide » ait atteint les surfaces destinées à recevoir son action, ainsi que les orifices » d'écoulement. M. Passot compose donc tout simplement la nouvelle roue » en plaçant, soit à l'intérieur, soit à l'extérieur d'un tambour cylindrique, » suivant qu'il veut faire agir la pression du liquide à l'intérieur ou à l'exté- » rieur, des corps courbés en arc de cercle; puis il pratique des orifices » d'écoulement en enlevant de ces corps et du cylindre des parties en forme » de coin; et le mouvement s'opère en vertu de la pression exercée sur les » têtes des coins restants, lesquelles constituent l'aubage de la machine. »

» A ce sujet, nous ferons remarquer que la première des dispositions ci-dessus a été l'objet du Rapport de 1838, tandis que la turbine de Bourges, dont M. Passot a mis un modèle sous les yeux des Commissaires, se rapporte à la seconde de ces dispositions, c'est-à-dire à celle où l'eau afflue de l'extérieur vers l'intérieur.

» Voici maintenant le résumé que M. Passot donne des circonstances qui caractérisent le mouvement et les effets de ses roues à réaction :

« Lorsque la roue tourne sans charge, ses aubes prennent exactement » la vitesse théorique due à la chute; et, avec charge, le travail s'est tou- » jours sensiblement opéré, pour le plus grand effet, quand la roue tournait » avec la moitié de cette même vitesse. Il n'en est plus ainsi lorsque d'une » manière quelconque on altère la forme de la nouvelle roue pour la rap- » procher des anciennes. Toutes cloisons, saillies et aspérités un peu consi- » dérables qui se trouvent en dedans ou en dehors des deux circonférences » concentriques, ont pour résultat de diminuer sensiblement la vitesse de » rotation, à raison du choc continuel de ces corps en mouvement contre » l'eau en repos.

» Relativement à la dépense en eau : dans le cas où l'on fait agir le liquide » à l'intérieur, la dépense est sensiblement indépendante de la vitesse plus » ou moins grande de rotation de la roue. Pour le cas où on le fait agir à » l'extérieur, il ne peut en être ainsi, à cause de la contre-pression détermi- » née par la formation d'un tourbillon à l'intérieur; mais cette contre-pres- » sion peut être annulée par des dispositions que l'expérience a indiquées. » Le coefficient de la dépense théorique due à la charge est peu différent » de celui qui convient à des ouvertures de vannes ordinaires disposées de » manière à éviter la contraction sur trois côtés. »

» Ces derniers résultats n'ont pu être vérifiés par les nouveaux Commissaires; quant aux expériences relatives au premier modèle, elles ont été faites devant la plupart des membres des anciennes Commissions, dont les Rap-

ports en font mention. Il est à regretter que l'absence, et une autre cause plus grave et plus pénible, aient successivement éloigné ceux de ces membres qui s'étaient plus particulièrement occupés des expériences dont il s'agit.

» Quoi qu'il en soit, on doit reconnaître, ainsi que la Commission de 1840, que les roues à réaction de M. Passot se présentent sous un caractère nouveau, et l'on ne saurait contester à son dernier appareil l'*originalité* que réclame son inventeur. La construction de cet appareil est évidemment d'une grande simplicité, et s'il pouvait être constaté que son rendement est supérieur à celui qu'ont pu réaliser les autres roues horizontales, on aurait un nouvel exemple pour proclamer comme une vérité, que les machines les plus avantageuses sont souvent les plus simples.

» Nous aborderons maintenant l'appréciation de l'effet utile produit par la roue de M. Passot. Nous nous appuierons sur le rapport d'experts déjà cité, et dont il ne nous paraît pas possible de récuser l'autorité, tant à cause de la contexture même de ce rapport, de la marche consciencieuse et minutieusement motivée des expériences qu'il décrit, que, surtout, à cause de la présence parmi les experts de deux ingénieurs en chef des ponts et chaussées. Il s'agissait dans le procès, non pas de déterminer le rendement exact du récepteur de la force motrice, mais son minimum. Si le rendement n'était pas pour le moins de 60 pour 100, le propriétaire demandait l'enlèvement immédiat de la roue. Les experts ont choisi, pour mesure du travail à effectuer, la quantité d'une bonne mouture à l'anglaise, ou par pression, en adoptant trois chevaux d'effet utile pour 20 hectolitres moulus en vingt-quatre heures. En partant de ces bases, les experts ont définitivement conclu que dans les circonstances plus ou moins défavorables où ils l'ont expérimentée, la turbine de M. Passot ne rend pas moins de 60 pour 100 du travail dépensé.

» Ce fait nous paraît incontestable, et nous ne doutons pas que l'Académie ne veuille bien l'*enregistrer impartialement*, comme le demande M. Passot.

» Nous aurions désiré, en terminant ce Rapport, pouvoir discuter jusqu'à quel point M. Passot est en droit de penser que sa roue à réaction est réellement supérieure à toutes les roues horizontales plus anciennement connues. Mais jusqu'ici on manque de données expérimentales ou théoriques suffisamment précises, qui puissent servir de base à cette discussion.

» On a pu, en effet, comparer avec exactitude une turbine célèbre à diverses roues verticales, en se servant, pour toutes ces machines hydrauliques, de nombres fournis par un même instrument de mesure, le frein

dynamométrique de M. de Prony. Or, pour faire entrer la roue de M. Passot dans la série de ces épreuves comparatives, il faudrait connaître la concordance exacte entre la mesure au frein, et le genre de mesure plus directement industriel adopté dans l'expertise dont nous venons de parler. Mais il serait difficile d'établir cette concordance, de manière à éviter toute contestation sur la grandeur ou sur le nombre des résistances passives, négligées ou admises.

» D'un autre côté, l'analyse mathématique ne pourrait que très-difficilement rendre compte de tout ce qui se passe dans la roue de M. Passot. D'ailleurs, en considérant de quelle manière les inventeurs acceptent ou interprètent les décisions de la théorie, on ne s'étonnerait pas qu'elle refusât d'intervenir.

» En résumé, vos Commissaires pensent que le Rapport des experts de Bourges ne permet plus de douter que la roue hydraulique de M. Passot ne soit utilisable dans l'industrie, et que son rendement, évalué en mouture, n'atteigne 60 pour 100 du travail dépensé.

» Ils reconnaissent aussi que les résultats des expériences entreprises par M. Passot, dans le but d'étudier et de perfectionner son appareil, pourront aider à résoudre la question si complexe des mouvements et des effets de l'eau dans les roues à réaction. »

MÉMOIRES LUS.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Études sur les machines à vapeur, et recherches sur le moment d'inertie qu'il convient de donner au volant des divers systèmes des machines à vapeur; par* M. ARTHUR MORIN.

(Commissaires, MM. Dupin, Poncelet, Piobert.)

« Les études dont je soumets aujourd'hui quelques fragments au jugement de l'Académie, sont partagées en quatre parties.

» Dans la première, je fais voir, par l'examen et le relèvement des courbes de pressions obtenues avec l'indicateur de Watt, à Indret et à Toulon, et avec celui que j'ai fait construire, sur des machines établies à Amiens et à Paris,

» 1°. Que, malgré la diversité des modes de communication du mouvement aux soupapes distributives en usage dans les machines bien réglées, la pression qui s'établit dans le cylindre, pendant l'admission de la vapeur, est sensiblement constante, et que, pour obtenir cette pression constante dès

l'origine de la course du piston, il suffit et il est nécessaire de donner un peu d'avance à l'admission;

» 2°. Que, dans les machines bien proportionnées, c'est-à-dire dans celles dont les orifices, tuyaux, etc., ont une section dont l'aire est $\frac{1}{25}$ environ de celle du piston pour les machines à basse pression, et $\frac{1}{18}$ à $\frac{1}{20}$ ou même moins pour celles à haute pression, marchant à orifices complétement ouverts, à une vitesse du piston comprise entre $0^m,80$ et $1^m,50$ en 1 seconde, la pression dans le cylindre diffère peu de celle de la chaudière;

» 3°. Qu'il importe beaucoup de donner, par une réglementation convenable des tiroirs, une certaine avance à l'émission, afin de diminuer, dès les premiers instants de la course, la pression résistante : cette nécessité a d'ailleurs été depuis longtemps signalée par M. Rœsch et par d'autres ingénieurs, et l'on y satisfait généralement aujourd'hui dans les machines bien réglées;

» 4°. Que, pour les détentes ordinairement employées dans les machines, et qui dépassent et atteignent même rarement la proportion de $\frac{1}{6}$, le travail de la détente, estimé d'après la loi de Mariotte, excède généralement un peu le travail réel, mais d'une quantité assez faible, tandis que pour des détentes très-prolongées, la loi de Mariotte donne des résultats un peu plus faibles que ceux de l'expérience. Quant aux autres lois proposées, dans les détentes prolongées, elles s'éloignent beaucoup plus encore des pressions réelles que la loi de Mariotte.

» La deuxième partie contient l'application de la théorie du mouvement des fluides dans les tuyaux de conduite à la circulation de la vapeur à travers les tuyaux, passages et orifices qu'elle parcourt, en tenant compte de toutes les pertes de force vive qu'elle éprouve par l'effet des étranglements et élargissements, et du travail consommé par la résistance des parois.

» L'application à différents cas, comparée aux résultats des expériences directes, montre que les formules représentent les effets produits avec une exactitude suffisante pour la pratique.

» Dans la troisième partie, la discussion d'un grand nombre d'expériences exécutées par la Société industrielle de Mulhouse, par des ingénieurs, pour des réceptions de machines, et par moi-même, montre que les formules données en 1826, à l'École de Metz, par M. Poncelet, modifiées par les coefficients de correction insérés dans la lithographie de ses Leçons, représentent, avec toute l'exactitude nécessaire, les effets utiles observés.

» Enfin, dans la quatrième partie, la discussion des règles suivies par les constructeurs prouve que ces règles sont d'accord avec les formules modi-

fiées par un coefficient constant pour chaque genre de machine, mais que la prudence engage à prendre plus faible que le rapport des effets réels aux effets théoriques, afin de faire une part suffisante aux défauts d'entretien.

» En résumé, il suit de ces recherches que, par l'observation directe, par la théorie du mouvement des fluides, par les résultats des expériences au frein, par la discussion des proportions adoptées par les constructeurs, les bases des formules citées, ainsi que leur emploi à l'aide de coefficients constants, ou à peu près tels, sont suffisamment justifiées, et qu'il n'y a aucune raison de substituer à ces règles simples et d'une application facile, d'autres méthodes qui exigent l'observation de données très-difficiles à déterminer directement avec exactitude.

» A ces études sur l'action de la vapeur dans les machines fixes, que je me propose d'étendre, dès que je le pourrai, par l'expérience et par le calcul, aux machines locomotives, je joins un Mémoire sur les proportions qu'il convient de donner aux volants des machines à vapeur de tous les systèmes destinées à produire un mouvement de rotation. Le problème que je me suis proposé de résoudre pour tous les cas de la pratique est le suivant :

« Étant donnée une machine à vapeur d'un système quelconque, avec ou » sans détente, avec ou sans condensation, à haute ou à basse pression, » d'une force effective connue en chevaux, trouver le moment d'inertie qu'il » convient de donner au volant monté sur l'arbre de la manivelle, pour que » la vitesse angulaire de cet arbre ne s'écarte pas de plus d'une fraction » donnée de sa valeur moyenne, par l'effet de la variation d'action de la va- » peur et du jeu des pièces de la machine, la solution devant d'ailleurs être » obtenue à l'aide de la règle et du compas, et des méthodes de quadrature » connues, ou du planimètre. »

» Je donne la solution de ce problème pour tous les systèmes de machines fixes en usage, et pour le cas des manivelles doubles ou triples.

» Les solutions que je rapporte dans ce Mémoire ayant exigé de nombreuses quadratures, je me suis servi, pour les exécuter, d'un planimètre à cône de bois modifié comme je l'ai indiqué précédemment à l'Académie, et, en comparant les résultats fournis par cet instrument si expéditif, aux méthodes ordinaires de quadrature, j'ai constaté de nouveau qu'il leur était supérieur en exactitude, et qu'il peut être, par conséquent, employé avec sécurité à la quadrature des surfaces terminées par des lignes courbes. »

PHYSIOLOGIE. — *Développement de l'allantoïde chez l'homme ; par* M. COSTE.
(2me Mémoire.)

(Commission précédemment nommée.)

« Avant de m'occuper de l'allantoïde de l'homme, il est indispensable que j'entre dans quelques considérations propres à préciser l'époque à laquelle l'amnios se réalise ; à mettre hors de doute que cette époque est, ainsi que le pense M. Velpeau, antérieure à celle qui lui a été assignée dans la discussion, et que, par conséquent, l'embryon humain se trouve déjà enveloppé, *dans l'état normal,* par cette membrane, alors qu'on le suppose en dehors de sa cavité. Ces considérations deviendront, comme on va le voir, une introduction naturelle à l'étude de l'allantoïde de l'homme.

» Dans un précédent Mémoire, je crois avoir démontré que l'amnios de l'espèce humaine ayant avec le nouvel individu les relations caractéristiques de celui des oiseaux et des mammifères, c'est-à-dire se continuant avec l'ombilic ou la peau de l'embryon, devait, par cela seul, se développer à la faveur du même mécanisme.

» En conséquence, j'ai cru pouvoir admettre que, comme chez les oiseaux et les mammifères, cette membrane était, dans l'espèce humaine, le résultat du reploiement d'une portion du feuillet externe du blastoderme, qui, immédiatement au delà du point où il se continue avec le pourtour de l'ombilic, se renverse sous forme de capuchons qui viennent derrière le dos de l'embryon se fermer à la manière d'une bourse, et lui préparer une enveloppe protectrice (1).

» En sorte que si l'opinion que je soutiens était la véritable expression des faits, il faudrait qu'à une époque déterminée de la gestation, il existât, sur un point quelconque de la région dorsale de l'amnios de l'homme, une espèce d'ombilic qui serait la trace plus ou moins conservée de l'occlusion de cette membrane, et donnerait ainsi la preuve qu'elle est bien en réalité une émanation du feuillet externe du blastoderme ou de la vésicule ombilicale naissante, dont, par hypothèse, elle ne devrait être qu'une portion reployée.

» Ou bien, si l'occlusion de l'ombilic amniotique se trouvait tout à fait réalisée, il faudrait que, comme chez les mammifères et les oiseaux à une

---

(1) A mesure que l'ombilic amniotique se ferme chez l'oiseau, il *se produit* sur la région dorsale de l'amnios une ligne blanche que l'on pourrait considérer comme une sorte de raphé, et dont je me propose de faire connaître l'origine et la véritable nature.

époque correspondante, on pût trouver des témoignages irrécusables de cette occlusion dans un lien qui retiendrait encore, pendant un certain temps, l'amnios fixé par un pédicule à un point de la face interne du chorion non vasculaire; car le chorion non vasculaire n'est autre chose que le feuillet même de la vésicule ombilicale, dont une portion s'est réfléchie en amnios, et qui, quand l'amnios s'est constitué à ses dépens, ne tient plus à ce dernier que par le point où l'ombilic amniotique va se clore.

» Si donc nous rencontrions des embryons humains assez jeunes pour présenter encore des traces lisibles des phénomènes qui ont dû présider au développement de leur amnios, nous devrions trouver cette membrane tenant encore au chorion non vasculaire par un pédicule qui attesterait son origine. Et, si cela était, nous aurions une preuve nouvelle, en quelque sorte surabondante, que cet amnios, au lieu de procéder d'une vésicule indépendante, rentrerait, au contraire, dans la règle commune.

» Voyons donc ce que, sur ce point, l'observation directe pourra nous apprendre.

» Sur des produits humains beaucoup plus jeunes que ceux d'après lesquels on a cru pouvoir soutenir, contrairement à ce qui a lieu chez les mammifères et les oiseaux, que l'amnios se développait d'une vésicule indépendante, dont l'embryon déprimerait la face externe pour s'en coiffer comme d'un double bonnet, sans jamais pénétrer dans sa cavité; sur des produits beaucoup plus jeunes, dis-je, puisqu'ils ne possédaient encore que la vésicule ombilicale, n'avaient aucune trace d'allantoïde, ni de cordon ombilical, il a été possible de constater que le nouvel individu, qui mesurait à peine une ligne de long, était déjà non-seulement renfermé dans sa cavité amniotique, mais que son amnios tenait au chorion non vasculaire par un pédicule grêle, allongé. Le point par lequel ce pédicule tient à l'amnios, et nous marque ainsi la place où l'ombilic amniotique vient de se clore chez l'homme, au lieu d'être situé, comme chez les oiseaux, au niveau de la région sacrée, se trouve, comme chez les mammifères, à la hauteur des membres antérieurs, et, quelque atténué qu'il puisse être, nous révèle, par sa seule présence, toute la série de phénomènes dont il est un des vestiges. En sorte que si les traces affaiblies d'une continuité qui s'efface n'ont plus désormais aucune importance pour le développement du nouvel individu, elles n'en conservent pas moins une valeur bien grande aux yeux d'un observateur préparé à en apprécier la signification, et qui cherche à rattacher les uns aux autres les anneaux d'une chaîne qu'il veut rétablir.

» Mais supposons un moment que des faits de cette nature tombent sous

les yeux d'un anatomiste préoccupé d'une idée contraire à celle dont il devrait chercher la confirmation; il est évident qu'il ne verra dans le lien qui retient l'amnios de l'homme fixé au chorion non vasculaire, qu'un accident sans importance, ou qu'un obstacle qu'il s'empressera de rompre pour achever sa dissection. Or, c'est là, selon moi, l'une des causes qui ont fait détruire sans résultat utile un grand nombre de pièces précieuses ou qui, en les modifiant par une déchirure inaperçue, ont contribué à dissimuler la vérité.

» L'existence d'un lien passager qui retient ainsi l'amnios de l'homme fixé au chorion n'est pas un fait que j'invoque seulement ici pour donner une démonstration plus complète de l'impossibilité que cette membrane puisse procéder d'une vésicule indépendante, je le présente aussi comme une preuve que cet amnios est déjà constitué et renferme, par conséquent, l'embryon, avant même que se soit manifesté le plus léger indice de l'apparition d'une allantoïde à l'extérieur.

» D'où je tire cette conséquence, que tout produit d'un âge plus avancé sur lequel une disposition différente ou contraire se manifestera devra être considéré, par cela seul, comme le siége d'une altération pathologique plus ou moins profonde, ou bien comme portant des traces d'une modification introduite, soit par une déchirure, soit par le procédé artificiel de *l'insufflation.*

» J'ai vu à Brunswick, en 1837, dans la riche collection du docteur Pockels, les préparations d'après lesquelles ce savant anatomiste avait d'abord admis que l'amnios de l'homme se présentait, dès l'origine, sous forme d'une vésicule indépendante dont l'embryon déprimerait extérieurement la paroi pour s'en coiffer comme d'un double bonnet; opinion à laquelle je crois pouvoir dire qu'il attache aujourd'hui beaucoup moins d'importance; j'ai vu, dis-je, ces préparations, et leur examen le plus attentif ne m'a point rattaché à une manière de voir à laquelle M. Allen Thomson, d'Édimbourg, et M. Muller, de Berlin, qui, comme moi, sont allés visiter le docteur Pockels, ne se sont point ralliés.

» D'après toutes les considérations dans lesquelles je suis entré jusqu'ici, il reste clairement démontré, selon moi, que l'amnios de l'espèce humaine, au lieu de constituer une vésicule indépendante de l'embryon, forme, au contraire, partie intégrante de son organisme, et que le nouvel individu, loin de rester à sa surface, se trouve renfermé dans sa cavité avant même qu'on puisse apercevoir à l'extérieur la plus légère trace d'allantoïde ou de cordon ombilical.

» Mais cet isolement primitif de l'amnios ayant été présenté comme une

condition sans laquelle le développement d'une allantoïde n'était pas possible chez l'homme, je suis naturellement conduit à examiner jusqu'à quel point une pareille incompatibilité peut se déduire de l'observation directe des faits. Car tout ce que j'ai dit jusqu'ici devrait être considéré comme non avenu, si je ne démontrais que cette incompatibilité n'existe pas.

» Je suis persuadé qu'après cet examen il restera formellement établi que le sort de l'allantoïde chez l'homme, loin d'être attaché à celui d'un amnios indépendant, se lie, au contraire, à celui d'un amnios tel que le conçoivent aujourd'hui la plupart des anatomistes; car le reploiement du feuillet blastodermique, à la faveur duquel cet amnios se produit, étant le seul moyen de dégager l'ouverture de l'ombilic, et l'allantoïde ne pouvant sortir du ventre de l'embryon qu'à la condition de ne point rencontrer d'obstacle à son passage, il s'ensuit qu'il ne sera point nécessaire de faire intervenir un amnios indépendant, pour démontrer l'existence de l'allantoïde humaine.

» Cela posé, je vais m'occuper maintenant de l'origine de l'allantoïde chez l'homme, me réservant d'exposer plus tard toutes les modifications qu'elle éprouve pendant la gestation et de faire connaître toute la part qu'elle prend au développement de l'embryon.

» Et d'abord qu'est-ce qu'une allantoïde?....

» Pour répondre à cette question d'une manière catégorique, il faut commencer par se faire une idée bien exacte de l'origine de cette membrane chez les oiseaux et les mammifères, afin d'établir ainsi, préalablement, un terme de comparaison qui nous permettra d'apprécier à leur juste valeur les faits que l'espèce humaine présente, et nous servira de mesure pour juger jusqu'à quel point ils sont analogues, jusqu'à quel point ils peuvent différer, jnsqu'à quel point enfin les produits que le hasard nous procure se trouvent rapprochés de l'état normal.

» En procédant ainsi, nous ferons l'application de la méthode à la fois la plus simple et la plus efficace.

» Voici ce que, à une époque déterminée du développement des oiseaux et des mammifères, l'observation directe permet de constater d'une manière facile à vérifier :

» La forme de l'embryon peut être, jusqu'à un certain point, comparée à celle d'une pantoufle ou d'un chausson dont la grosse extrémité correspond à la tête et la petite à la queue. Le rebord ovalaire de l'ouverture de cette pantoufle ou de ce chausson représente le bord de l'ombilic évasé depuis la région du cou jusqu'à la symphyse du pubis, ombilic qui, dans tout son pourtour, se replie en arrière pour se continuer avec l'amnios. Les parois du chausson

lui-même doivent, dans cette représentation, être considérées comme l'image de l'enveloppe générale ou de la peau du nouvel individu.

» Les choses étant en cet état, on voit sur la ligne médiane et dans toute la longueur de la cavité du chausson que l'enveloppe générale ou la peau de l'embryon représente, on voit, dis-je, un tube droit qui, placé en avant de la colonne vertébrale, règne depuis le point où s'ouvrira la bouche jusqu'à celui où s'ouvrira l'anus. Ce canal droit n'est autre chose que le tube intestinal. Il communique, sur le milieu de sa longueur, par un pédicule très-court d'abord, très-large, avec une vésicule spacieuse qui est constituée par le feuillet interne du blastoderme et qui représente actuellement la vésicule ombilicale proprement dite, car le feuillet externe de ce même blastoderme, après avoir donné naissance à l'amnios, tend à s'en détacher pour se convertir en chorion non vasculaire. Le pédicule très-court, très-large, par lequel la vésicule ombilicale communique avec le milieu de la longueur du tube intestinal droit, sort de la cavité abdominale ouverte par l'ombilic qui forme autour de ce pédicule un rebord ovalaire fort allongé.

» A mesure que le progrès du développement se poursuit, et sans que la forme de l'intestin ou ses relations avec le pédicule de la vésicule ombilicale soient encore sensiblement modifiées, on voit, vers l'extrémité caudale, sortir de l'abdomen, par l'ouverture de l'ombilic, une vésicule nouvelle qui émane de l'intestin rectum, dont elle n'est qu'un appendice en cul-de-sac; en sorte que, à cette époque, le tube intestinal, la vésicule ombilicale, la nouvelle poche qui vient de naître, communiquent si manifestement ensemble, qu'on peut considérer toutes ces parties comme ne formant qu'un seul système, comme ne circonscrivant, en quelque sorte, que des compartiments d'une même cavité.

» La nouvelle vésicule qui, sous forme de cul-de-sac de l'extrémité postérieure du rectum, sort de l'abdomen à travers l'ombilic, représente l'allantoïde, dont les caractères essentiels sont de communiquer avec ce même rectum par un pédicule d'origine, et de porter sur ses parois les vaisseaux ombilicaux. Plus tard, son pédicule constituera l'ouraque, et donnera naissance à la vessie urinaire par une simple dilatation du canal qui le parcourt, pendant que son fond ou sa portion extra-abdominale viendra appliquer ses vaisseaux sur la coque chez les oiseaux pour effectuer une sorte de respiration, et sur le chorion chez les mammifères pour développer le placenta.

» Ce sont là des points qu'il serait trop long de discuter ici; mais ce que je tiens à constater en ce moment, c'est que l'allantoïde, chez les oiseaux et les mammifères, est un cul-de-sac, un appendice de l'extrémité postérieure

du rectum, et que son pédicule d'origine constituera l'ouraque et la vessie urinaire. Je tiens à constater aussi qu'à l'époque où cette vésicule commence à paraître et à faire saillie hors de l'ombilic, cet ombilic est très-largement ouvert. Je tiens encore à constater qu'à la même époque l'intestin forme un tube droit de la bouche à l'anus, et que la vésicule ombilicale communique avec le milieu de sa longueur par un pédicule très-court, très-large, et enfin que l'embryon est toujours renfermé dans son amnios dès que l'allantoïde commence à paraître.

» Or, les faits que je viens d'exposer étant une fois admis (et l'on peut dire que sur ce point tout le monde est d'accord aujourd'hui), ces faits, dis-je, une fois admis, il ne s'agirait plus, pour démontrer chez l'espèce humaine un développement analogue, et par conséquent la présence d'une allantoïde, que de rencontrer des produits sur lesquels on pourrait distinguer à la fois l'ensemble des caractères que les mammifères et les oiseaux viennent de nous présenter; car de cet ensemble il ne résulterait pas seulement la preuve d'une concordance complète et la possibilité d'une superposition, mais aussi, ce qui est essentiel, la preuve de la *normalité*.

» J'insiste sur la nécessité d'une concordance dans l'ensemble des caractères, parce qu'elle est la seule garantie contre les erreurs auxquelles peuvent conduire les altérations pathologiques.

» Voyons maintenant ce que, chez le fœtus humain, l'observation directe pourra nous révéler.

» J'ai disséqué et décrit, il y a bientôt huit ans, un œuf humain qui a été figuré par M. Chazal. Cet œuf, qui avait à peu près le volume d'une noisette, renfermait un fœtus dont la longueur ne s'élevait pas au delà d'une ligne et demie, et sur lequel j'ai observé les particularités suivantes :

» 1°. Ce fœtus, comme celui des mammifères et des oiseaux à une époque correspondante, était déjà renfermé dans son amnios, et présentait un ombilic largement ouvert;

» 2°. Sur le milieu de la longueur de son intestin droit, de la bouche à l'anus, on voyait une vésicule ombilicale à pédicule court et large qui communiquait avec ce même intestin;

» 3°. On remarquait, vers l'extrémité caudale, un renflement vésiculeux adhérent à la symphyse du pubis, et communiquant, par un pédicule, avec l'extrémité postérieure du rectum.

» A ces derniers caractères je crus reconnaître l'allantoïde de l'homme, et je décrivis le renflement caudal comme une allantoïde plus ou moins modifiée. J'affirmai en outre que l'ensemble des formes de ce produit se trouvant

tout à fait concordant avec ce que l'on rencontre chez les oiseaux et les mammifères, on pouvait en déduire qu'il portait tous les caractères de l'état normal; mais en pareille matière les erreurs sont possibles, et l'avenir seul pouvait apprendre ce qu'il fallait penser des déterminations que je venais de donner. Il importe donc de rechercher ce que des faits nouveaux ont ultérieurement appris sur le même sujet.

» En 1839, M. Allen Thomson, d'Édimbourg, dont certainement personne ne contestera la compétence en pareille matière, a décrit et figuré un fœtus humain du même âge que celui dont je viens de parler. Il y a rencontré toutes les particularités sur lesquelles j'ai appelé l'attention, c'est-à-dire un ombilic largement ouvert, un intestin droit de la bouche à l'anus, une vésicule ombilicale spacieuse à pédicules large et court, et enfin un renflement caudal vésiculeux communiquant avec le rectum; la ressemblance lui a paru si grande, qu'après une comparaison, il a déclaré que j'avais bien décrit l'allantoïde humaine.

» Mais ce fait, publié par M. Allen Thomson, n'est pas le seul que je puisse invoquer à l'appui de celui que j'ai fait connaître en 1835. M. Wagner a figuré, dans ses *Icones physiologicæ*, un produit parfaitement semblable, et sur lequel l'allantoïde a un caractère vésiculeux tellement tranché, qu'il ne peut exister le plus léger doute sur les relations, et par conséquent sur la nature et la signification de cette membrane.

» Aussi cette question n'est-elle déjà plus en litige dans la science, et les trois observations que je viens de rapporter sont tellement accréditées, que M. Muller, en publiant sa *Physiologie*, les a converties en preuves directes de l'existence d'une allantoïde chez l'homme. Il les a prises en si sérieuse considération, que son traducteur a cru utile d'intercaler dans le texte les trois figures qui en sont la représentation, comme on peut s'en convaincre par l'édition anglaise que je mets sous les yeux de l'Académie.

» Sur aucun des embryons que je viens de mentionner, et dont l'état normal est garanti par la ressemblance avec des fœtus d'oiseau et de mammifère, pris à une époque correspondante du développement; sur aucun de ces embryons, dis-je, il n'existait rien que l'on pût comparer à une vésicule indépendante propre à former un amnios tel que MM. Serres et Breschet le conçoivent, et cependant une allantoïde émanée du rectum n'en avait pas moins franchi l'ouverture abdominale, pour venir s'appliquer sur le chorion, et y contribuer plus tard à former le placenta.

» D'où je me crois autorisé à conclure que l'isolement primitif que l'on a supposé à l'amnios n'est pas plus, chez l'homme, une condition nécessaire

a la possibilité d'une allantoïde, qu'il ne l'a été chez les mammifères et les oiseaux.

» Évidemment, ce qui dans des conditions organiques déterminées avait été pour l'allantoïde de l'oiseau un motif de possibilité, ne pouvait pas, chez l'homme, dans des conditions identiques, devenir une raison d'exclusion et d'incompatibilité.

» C'est, au reste, ce qui ressortira plus nettement encore des observations que j'ai à présenter sur les corps de Wolff. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

HYDRAULIQUE. — *Table pour faciliter les calculs des formules relatives au mouvement des eaux dans les tuyaux de conduite, et principalement destinée à abréger les calculs et à éviter les tâtonnements pour trouver : 1° la vitesse de l'eau = U; 2° le diamètre des tuyaux = D; lorsque l'on connaît, 1° la pente par mètre (appelée* déclivité*) = J; 2° et le volume d'eau à conduire par seconde = Q; par* M. **B. Fourneyron.**

(Commissaires, MM. Arago, Poncelet, Piobert.)

« M. de Prony, dans ses *Recherches physico-mathématiques sur la théorie des eaux courantes,* publiées en 1804, a donné des Tables qui lui assurent la reconnaissance des ingénieurs chargés de travaux ayant pour but la conduite et la distribution des eaux.

» Personne, aujourd'hui, ne peut faire un pas dans cette branche de l'hydraulique, sans s'éclairer des lumières que cet illustre académicien a jetées sur la théorie des eaux courantes.

» Non content d'avoir établi les relations qui existent entre les diverses données du problème, et d'avoir présenté ces relations dans des formules concordant avec l'expérience et immédiatement applicables, M. de Prony, ayant en même temps aperçu les calculs longs et pénibles auxquels seraient condamnés tous ceux qui auraient, par la suite, à faire usage de ses formules, se chargea d'exécuter lui-même à l'avance une grande partie de ces calculs, en construisant les Tables que tout le monde connaît.

» Les calculs relatifs au mouvement de l'eau dans les tuyaux de conduite, offrent les données suivantes :

» 1°. Le volume à faire passer par seconde dans les tuyaux = Q;

» 2°. La vitesse moyenne U avec laquelle l'eau s'écoule (cette vitesse est

celle qui, multipliée par l'aire de la section du tuyau perpendiculaire à l'axe, donne le volume Q);

» 3°. Le diamètre de la conduite $= D$;

» 4°. La charge d'eau sur le centre de son orifice supérieur $= H$;

» 5°. La charge d'eau sur le centre de son orifice inférieur $= H'$;

» 6°. La différence de niveau entre ces deux centres $= z$;

» 7°. La longueur de la conduite $= L$.

» On fait, pour généraliser les résultats,

$$Z = H + z - H',$$

et

$$J = \frac{Z}{L};$$

J est donc la pente par mètre de longueur. On appelle aussi cette pente la *déclivité* de la conduite.

» Il existe entre Q, D et U la relation très-simple

$$Q = \tfrac{1}{4}\pi D^2 U,$$

dans laquelle π est le rapport 3,14159 de la circonférence au diamètre.

» Mais, entre les quantités ci-dessus et J, les relations prennent des formes un peu moins simples.

» Ainsi M. de Prony a trouvé :

$$\tfrac{1}{4}\,DJ = 0,000\,017\,331\,4\,U + 0,000\,348\,259\,U^2;$$

et, au moyen de cette formule, il a calculé trois cents valeurs de $\frac{1}{4}$ DJ correspondant à des valeurs de U croissant de centimètre en centimètre, depuis $U = 0^m,01$ jusqu'à $U = 3^m,00$.

» De cette manière la vitesse moyenne de l'eau $= U$ dans une conduite étant donnée, pourvu qu'elle n'excède pas la limite de la Table, $3^m,00$ par seconde, on trouve tout de suite la valeur $\frac{1}{4}$ DJ correspondante; il suffit de jeter les yeux sur la Table de M. de Prony.

» Réciproquement, si D et J sont donnés, on trouve la vitesse correspondante, en faisant le produit $\frac{1}{4}$ DJ, et en cherchant ce produit dans la même Table.

» Cette Table, très-simple, sert à résoudre de la manière la plus facile les quatre questions que je vais poser :

» I. Trouver le volume d'eau Q que l'on peut faire passer dans une conduite composée de tuyaux cylindriques, dont le diamètre D est connu, lorsque la pente par mètre ou la déclivité J est aussi connue?

» II. Le volume d'eau par seconde Q, à faire passer dans une conduite cylindrique, et le diamètre D des tuyaux étant donnés, quelle est la pente par mètre que la conduite doit avoir?

» III. La vitesse moyenne de l'eau $= U$, dans une conduite, et la déclivité J étant connues, quel est le volume Q qui passera en une seconde par cette conduite?

» IV. La vitesse moyenne U et le diamètre D étant donnés, trouver la déclivité J nécessaire pour obtenir la vitesse donnée, et que le volume d'eau, égal au produit de cette vitesse par la section du tuyau dont le diamètre est connu, puisse effectivement passer par la conduite?

» Mais si l'on pose cette autre question :

» V. Le volume d'eau Q à conduire par seconde et la déclivité J étant donnés, déterminer le diamètre D de la conduite, et, par suite, la vitesse moyenne U que l'eau y prendra?

» La Table de M. de Prony n'est plus propre à donner immédiatement la solution demandée; elle ne sert qu'à abréger les tâtonnements au moyen desquels on arrive plus ou moins laborieusement au résultat cherché.

» Voici la formule donnée par M. de Prony, pour le cas dont il s'agit :

$$JD^5 - 0{,}000\,088\,268\,QD^2 - 0{,}002\,258\,305\,Q^2 = 0,$$

dans laquelle on voit que, pour obtenir D, il faut résoudre une équation du cinquième degré.

» Le cas de la cinquième question est, sans contredit, celui qui se présente le plus souvent dans la pratique. Cette circonstance n'a pas échappé à M. de Prony : l'insuffisance de sa seconde Table lui a promptement fait voir la lacune qu'elle laissait encore dans son travail, relativement aux calculs à entreprendre pour parvenir à la solution de cette question; car l'auteur des *Recherches sur la théorie des eaux courantes* a senti la nécessité de construire, et a construit en effet, « une Table particulière pour faciliter » et abréger les calculs des formules donnant les relations entre la longueur » d'un tuyau, son diamètre, sa pente, les charges d'eau sur chacune de ses » extrémités et sa dépense. »

» Cette Table (la *troisième*, page 117 des *Recherches physico-mathématiques*) fait connaître la pente par mètre d'une suite de tuyaux de conduite

ayant $0^{m},01$, $0^{m},02$, $0^{m},03$, $0^{m},04$, ..., $0^{m},50$ de diamètre ; et donnant passage à *dix-neuf* volumes d'eau différents, savoir : les dix premiers tuyaux, chacun à $0^{lit},1$, $0^{lit},2$, $0^{lit},3$, $0^{lit},4$, $0^{lit},5$, $0^{lit},6$, $0^{lit},7$, $0^{lit},8$, $0^{lit},9$ par seconde, et les quarante derniers, chacun à 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 litres par seconde.

» Mais, en prêtant quelque attention à la composition de cette Table, on ne tarde pas à reconnaître que les diamètres, et surtout les volumes choisis, sont en trop petit nombre, et dans des limites trop resserrées, pour que les services rendus par les colonnes qu'elle renferme ne soient pas extrêmement restreints.

» Aussi M. de Prony, qui n'a pas inséré cette troisième Table dans son nouveau Recueil de 1825, a-t-il jugé à propos d'y suppléer à l'avance, en indiquant, page 88 des *Recherches physico-mathématiques*, une manière de procéder, par voie d'approximations successives, à la détermination de D dans le cas où l'on connaît J et Q seulement.

» Voici la méthode proposée par M. de Prony :

« Après s'être assuré, ce qui est fort aisé, de deux limites, en plus et en » moins, entre lesquelles se trouve la valeur cherchée de D, on fera un petit » tableau des valeurs de $\frac{1}{4}$JD, dans lequel on entrera par des valeurs de D » prises entre ces limites, et l'on substituera les vitesses tirées de la Table 2, » correspondantes à chacun des nombres de ce petit tableau, dans l'expres- » sion $\frac{1}{4}\pi D^2 U$, jusqu'à ce qu'on en ait trouvé deux valeurs successives, l'une » plus petite et l'autre plus grande que le nombre Q, donné par l'état de la » question : la vraie valeur de D sera intermédiaire entre celles qui répon- » dent à ces deux valeurs; et par des calculs de fausse position, on en appro- » chera d'aussi près qu'on voudra. »

» C'est pour éviter les lenteurs de cette méthode, que M. Mary, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, chargé de la direction des eaux de Paris, a calculé une Table analogue à la troisième Table, déjà citée, de M. de Prony, mais étendue à un plus grand nombre de volumes d'eau, et réduite aux 15 diamètres différents qui forment la série de tuyaux dont on se sert pour la distribution des eaux dans Paris.

» La Table de M. de Prony comprenait *dix-neuf* volumes d'eau et 50 diamètres de conduite différents; celle de M. Mary s'étend, pour les 15 diamètres qu'il a choisis, à des volumes différents, au nombre de 283, et passant graduellement de $\frac{1}{10}$ de pouce de fontainier à 1 200 pouces, même mesure. Elle contient en outre une colonne dans laquelle la vitesse est écrite à

côté de la *charge dépensée* par mètre, que nous avons désignée par J.

» Ces Tables, extrêmement commodes lorsqu'il s'agit des volumes d'eau et des diamètres pour lesquels on les a calculées, ou pour des volumes et des diamètres qui s'en éloignent peu, ne sont plus d'aucun secours en dehors de ces limites. Elles offrent une collection, très-précieuse dans la pratique, de calculs tout faits sans faciliter ceux qu'elles laissent à faire.

» Appelé souvent à résoudre la cinquième question posée ci-dessus, et cela pour des volumes et des diamètres tout à fait inusités, auxquels probablement on n'étendra pas la Table de M. de Prony, non plus que celle de M. Mary, dont je n'avais pas connaissance alors, j'eus l'idée, en 1835, de construire une Table, différente de celle de M. de Prony, qui, J et Q étant donnés, ferait connaître immédiatement la vitesse moyenne de l'eau et affranchirait les ingénieurs de la nécessité, si souvent répétée, de se livrer à de longs calculs, à des tâtonnements ennuyeux pour trouver cette vitesse et par suite, le diamètre de la conduite.

» On s'étonne que M. de Prony, lui que les calculs les plus pénibles n'arrêtaient pas lorsque le résultat devait être utile aux ingénieurs, après avoir dressé sa Table des valeurs de

$$\frac{1}{4}\,\mathrm{DJ} = \alpha \mathrm{U} + 6\mathrm{U}^2,$$

ne se soit pas occupé de faciliter les calculs, bien plus longs, de D par Q et J, autrement qu'il ne l'a fait, page 88 de ses *Recherches physico-mathématiques*, en conseillant de procéder comme je l'ai rapporté.

» Il m'a semblé qu'il devait être facile d'éviter les tâtonnements, et que l'on pouvait arriver à la vitesse moyenne U et au diamètre D, par la connaissance de J et de Q, tout aussi bien qu'on est conduit à U par la connaissance de $\frac{1}{4}$ DJ, ou réciproquement.

» Reprenant, en effet, l'équation ci-dessus,

$$\frac{1}{4}\,\mathrm{DJ} = \alpha \mathrm{U} + 6\mathrm{U}^2,$$

dans laquelle α et 6 sont deux coefficients constants donnés par l'expérience, savoir :

$$\alpha = 0{,}000\,017\,331\,4,$$
$$6 = 0{,}000\,348\,259;$$

rappelant que si Q est le volume d'eau écoulé par seconde et π le rapport de la circonférence au diamètre, on a

$$D = \sqrt{\frac{4Q}{\pi U}},$$

et mettant cette valeur de D dans la première équation, il vient

$$\frac{1}{4} J \sqrt{\frac{4Q}{\pi U}} = \alpha U + 6U^2,$$

qui, en élevant au carré, donne

$$\alpha^2 U^3 + 6^2 U^5 + 2\alpha 6 U^4 = \frac{J^2 Q}{4\pi},$$

et finalement

$$4\pi (\alpha^2 U^3 + 6U^5 + 2\alpha 6 U^4) = J^2 Q, \qquad (1)$$

relation entre J, Q et U qui permet de calculer directement J^2Q par U et de construire la Table dont j'ai parlé précédemment, que je crois utile d'ajouter à celles que nous a laissées l'auteur des *Recherches sur la théorie des eaux courantes*.

» Au premier abord, le calcul direct des valeurs de J^2Q semble très-laborieux; mais en employant la *méthode des différences*, comme M. de Prony l'a fait pour trouver les valeurs $\frac{1}{4}$DJ de l'une de ses Tables, ce calcul, quoique long, ne présente aucune difficulté.

» Si j'avais voulu effectuer les calculs par la méthode ordinaire, j'aurais pu m'aider de la Table de M. de Prony pour trouver toutes les valeurs inscrites dans la colonne des J^2Q de la mienne. Il m'aurait suffi d'écrire

$$\frac{1}{4}\pi U D^2 = Q$$

et de multiplier les deux membres par J^2 pour obtenir

$$\frac{1}{4}\pi U D^2 J^2 = J^2 Q, \qquad (2)$$

formule plus simple en apparence que la précédente, puisque l'on trouverait J^2Q en multipliant le carré de $\frac{1}{4}$DJ par (*) 12,56636 fois la vitesse U corres-

(*) $4\pi = 12,56636$.

pondante, de la Table de M. de Prony; mais qui, en réalité, n'offre aucun avantage sur la formule (1), calculée par les différences, et laisserait la crainte de multiplier les erreurs, s'il en existait, dans la Table de M. de Prony.

» J'ai mieux aimé arriver directement aux valeurs de J^2Q, que j'ai inscrites dans la mienne, et revenir ensuite de celles-ci aux valeurs de DJ correspondantes, en les calculant toutes, suivant la même méthode, par la formule

$$DJ = \sqrt{\frac{4J^2Q}{\pi U}} \qquad (3)$$

tirée de l'équation (2).

» En divisant par 4 les valeurs de DJ ainsi trouvées, je devais retomber exactement sur les nombres correspondants $\frac{1}{4}$DJ de la Table de M. Prony; c'est effectivement ce qui est arrivé.

» La marche que j'ai suivie, dans les calculs de cette Table, m'a permis de vérifier tout à la fois mes valeurs de J^2Q et de DJ, et celles de M. de Prony, inscrites à la colonne des $\frac{1}{4}$DJ de sa Table.

» La concordance parfaite des résultats donne la certitude qu'elles sont exactes l'une et l'autre.

» Toutes les questions auxquelles la Table de M. de Prony est applicable peuvent évidemment être résolues par l'emploi de la colonne DJ de la mienne. Ce sera la même manière de procéder. Je ne donnerai qu'un exemple de l'usage de cette nouvelle Table dans le cas de la cinquième question, à la solution de laquelle celle de M. de Prony n'est pas directement applicable.

Exemple de l'usage de la Table.

» On veut conduire un volume d'eau par seconde $Q = 0^{m.c.},650$, à une distance L = 350 mètres, et l'on a une pente ou charge totale $Z = 0^{m},450$. Il s'agit de trouver la vitesse que l'eau prendra dans la conduite et le diamètre des tuyaux cylindriques dont il faudra la composer.

» Puisque

$$J = \frac{Z}{L}, \qquad \text{on a} \qquad J = \frac{0,450}{350} = 0,0012857;$$

on peut se contenter de prendre 0,00128, sans augmenter le dernier chiffre d'une unité, quoique la fraction négligée 0,57 soit plus grande que 0,50, parce qu'il en résultera un diamètre plutôt un peu fort que faible, ce qu'il faut toujours rechercher, tandis que ce serait le contraire si l'on donnait à J une valeur plus grande que la véritable.

» On élèvera J au carré pour avoir

$$J^2 = 0{,}000\,001\,638\,4,$$

on multipliera ce nombre par $Q = 0{,}650$, et l'on aura pour produit

$$J^2Q = 0{,}000\,001\,064\,960.$$

» Cherchant dans la Table, à la colonne intitulée J^2Q, le nombre qui se rapproche le plus de ce produit, on trouvera que J^2Q tombe entre

$$0{,}000\,001\,057\,959\,260 \quad \text{correspondant à} \quad U = 0^{m},91,$$

et

$$0{,}000\,001\,116\,121\,403 \quad \text{correspondant à} \quad U = 0^{m},92.$$

La vitesse cherchée est donc plus grande que $0^{m},91$, et plus petite que $0^{m},92$ par seconde.

» Pour avoir la vitesse d'une manière plus approchée, on s'y prendra comme on fait pour trouver un nombre dont le logarithme n'est pas dans les Tables : on emploiera les *parties proportionnelles*.

» Ainsi l'on retranchera du produit J^2Q trouvé ci-dessus le nombre de la Table qui correspond à $U = 0^{m},91$,

	0,000 001 064 960
	0,000 001 057 759 260
la différence	0,000 000 007 200 740
étant divisée par la différence	0,000 000 058 162 143

qui existe entre les valeurs de J^2Q correspondant aux deux vitesses successives 0,91 et 0,92 dont la différence est 0,01, le quotient sera 0,124.

» Il faudra donc ajouter les 0,124 de la différence 0,01, ou $0^{m},00124$ à la vitesse $0^{m},91$ de la Table pour avoir $U = 0^{m},91124$ qui est la vitesse moyenne cherchée.

» Avec cette vitesse, il ne serait pas difficile de trouver le diamètre de la conduite

$$D = \sqrt{\frac{4Q}{\pi U}}.$$

Mais la colonne des valeurs de DJ, que j'ai ajoutée à celle des J^2Q pour faciliter le calcul de D, permet d'arriver plus vite au diamètre cherché.

» On prendra donc la valeur. . . . . DJ = 0,001 216 659
correspondante à U = 0^m,91, on y ajoutera les 0,124 de 0,000 026 186, différence de DJ correspondant à U = 0,91, à DJ correspondant à U = 0,92. 0,000 003 247
égale à 0,124 × 0,000 026 186; la somme. 0,001 219 906

égale à DJ correspondante à U = 0^m,91 124 étant divisée par J = 0,00128, donnera le diamètre de la conduite

$$D = \frac{DJ}{J} = \frac{0,001\,219\,906}{0,001\,28} = 0^m,953.$$

» Les tuyaux devront donc avoir 0^m,953 de diamètre, et l'eau coulera dans la conduite avec une vitesse moyenne de 0^m,91 124 par seconde. »

TABLE

Pour faciliter les calculs de la vitesse de l'eau dans une conduite =U, et du diamètre des tuyaux =D, lorsque l'on connaît la pente par mètre =J, et le volume à conduire par seconde =Q.

VITESSES moyennes U.	VALEURS CORRESPONDANT A CELLES DE U.			
	de J^2Q.	DIFFÉRENCES.	de DJ.	DIFFÉRENCES.
0,01	0,000 000 000 000 005	53	0,000 000 833	1 111
0,02	0,000 000 000 000 059	202	0,000 001 944	1 390
0,03	0,000 000 000 000 262	524	0,000 003 334	1 668
0,04	0,000 000 000 000 786	1 110	0,000 005 002	1 947
0,05	0,000 000 000 001 896	2 070	0,000 006 949	2 226
0,06	0,000 000 000 003 966	3 532	0,000 009 174	2 504
0,07	0,000 000 000 007 498	5 642	0,000 011 679	2 783
0,08	0,000 000 000 013 140	8 564	0,000 014 461	3 061
0,09	0,000 000 000 021 704	12 481	0,000 017 523	3 340
0,10	0,000 000 000 034 185	17 594	0,000 020 863	3 619
0,11	0,000 000 000 051 780	24 123	0,000 024 482	3 897
0,12	0,000 000 000 075 903	32 305	0,000 028 379	4 176
0,13	0,000 000 000 108 208	42 395	0,000 032 555	4 454
0,14	0,000 000 000 150 603	54 669	0,000 037 009	4 733
0,15	0,000 000 000 205 272	69 418	0,000 041 742	5 012
0,16	0,000 000 000 274 691	86 954	0,000 046 754	5 290
0,17	0,000 000 000 361 644	107 604	0,000 052 044	5 569
0,18	0,000 000 000 469 248	131 717	0,000 057 613	5 847
0,19	0,000 000 000 600 966	159 659	0,000 063 460	6 126
0,20	0,000 000 000 760 624	191 812	0,000 069 587	6 405
0,21	0,000 000 000 952 437	228 580	0,000 075 991	6 683
0,22	0,000 000 001 181 017	270 383	0,000 082 675	6 962
0,23	0,000 000 001 451 400	317 659	0,000 089 636	7 241
0,24	0,000 000 001 769 059	370 866	0,000 096 877	7 519
0,25	0,000 000 002 139 925	430 479	0,000 104 396	7 798
0,26	0,000 000 002 570 403	496 991	0,000 112 194	8 076
0,27	0,000 000 003 067 394	570 915	0,000 120 270	8 355
0,28	0,000 000 003 638 309	652 781	0,000 128 625	8 634
0,29	0,000 000 004 291 090	743 136	0,000 137 259	8 912
0,30	0,000 000 005 034 226	842 549	0,000 146 171	9 191
0,31	0,000 000 005 876 776	951 605	0,000 155 362	9 469
0,32	0,000 000 006 828 380	1 070 905	0,000 164 831	9 748
0,33	0,000 000 007 899 285	1 201 073	0,000 174 579	10 027
0,34	0,000 000 009 100 358	1 342 748	0,000 184 606	10 305
0,35	0,000 000 010 443 106	1 496 588	0,000 194 911	10 584
0,36	0,000 000 011 939 694	1 663 270	0,000 205 495	10 862
0,37	0,000 000 013 602 964	1 843 489	0,000 216 357	11 141
0,38	0,000 000 015 446 453	2 037 958	0,000 227 498	11 420
0,39	0,000 000 017 484 410	2 247 407	0,000 238 918	11 698
0,40	0,000 000 019 731 818	2 472 588	0,000 250 616	11 977
0,41	0,000 000 022 204 406	2 714 268	0,000 262 593	12 255
0,42	0,000 000 024 918 674		0,000 274 848	

Suite de la Table pour faciliter les calculs de la vitesse de l'eau, etc.

VITESSES moyennes U.	VALEURS CORRESPONDANT A CELLES DE U.			
	de J²Q.	DIFFÉRENCES.	de DJ.	DIFFÉRENCES.
0,43	0,000 000 027 891 906	2 973 233	0,000 287 382	12 534
0,44	0,000 000 031 142 193	3 250 287	0,000 300 195	12 813
0,45	0,000 000 034 688 448	3 546 254	0,000 313 286	13 091
0,46	0,000 000 038 550 422	3 861 975	0,000 326 656	13 370
0,47	0,000 000 042 748 731	4 198 309	0,000 340 305	13 648
0,48	0,000 000 047 304 864	4 556 133	0,000 354 232	13 927
0,49	0,000 000 052 241 209	4 936 345	0,000 368 437	14 206
0,50	0,000 000 057 581 066	5 339 857	0,000 382 922	14 484
0,51	0,000 000 063 348 670	5 767 603	0,000 397 685	14 763
0,52	0,000 000 069 569 204	6 220 534	0,000 412 726	15 042
0,53	0,000 000 076 268 823	6 699 619	0,000 428 046	15 320
0,54	0,000 000 083 474 667	7 205 844	0,000 443 645	15 599
0,55	0,000 000 091 214 884	7 740 217	0,000 459 522	15 877
0,56	0,000 000 099 518 644	8 303 760	0,000 475 678	16 156
0,57	0,000 000 108 416 161	8 897 517	0,000 492 113	16 435
0,58	0,000 000 117 938 709	9 522 547	0,000 508 826	16 713
0,59	0,000 000 128 118 639	10 179 931	0,000 525 818	16 992
0,60	0,000 000 138 989 403	10 870 764	0,000 543 088	17 270
0,61	0,000 000 150 585 566	11 596 162	0,000 560 637	17 549
0,62	0,000 000 172 942 826	12 357 260	0,000 578 465	17 828
0,63	0,000 000 176 098 035	13 155 209	0,000 596 571	18 106
0,64	0,000 000 190 089 214	13 991 179	0,000 614 956	18 385
0,65	0,000 000 204 955 574	14 866 360	0,002 633 619	18 663
0,66	0,000 000 220 737 532	15 781 958	0,000 652 561	18 942
0,67	0,000 000 237 476 730	16 739 198	0,000 671 782	19 221
0,68	0,000 000 255 216 053	17 739 323	0,000 691 281	19 499
0,69	0,000 000 273 999 650	18 783 597	0,000 711 059	19 778
0,70	0,000 000 293 872 947	19 873 298	0,000 731 116	20 056
0,71	0,000 000 314 882 672	21 009 725	0,000 751 451	20 335
0,72	0,000 000 337 076 866	22 194 194	0,000 772 064	20 614
0,73	0,000 000 360 504 907	23 428 041	0,000 792 957	20 892
0,74	0,000 000 385 217 527	24 712 619	0,000 814 127	21 171
0,75	0,000 000 411 266 827	26 049 300	0,000 835 577	21 449
0,76	0,000 000 438 706 299	27 439 473	0,000 857 305	21 728
0,77	0,000 000 467 590 845	28 884 545	0,000 879 312	22 007
0,78	0,000 000 497 976 790	30 385 945	0,000 901 597	22 285
0,79	0,000 000 529 921 905	31 945 116	0,000 924 161	22 564
0,80	0,000 000 563 485 426	33 563 521	0,000 947 004	22 843
0,81	0,000 000 598 728 068	35 242 642	0,000 970 125	23 121
0,82	0,000 000 635 712 045	36 983 977	0,000 993 524	23 400
0,83	0,000 000 674 501 091	38 789 046	0,001 017 203	23 678
0,84	0,000 000 715 160 475	40 659 384	0,001 041 160	23 957
0,85	0,000 000 757 757 021	42 596 545	0,001 065 395	24 236
0,86	0,000 000 802 359 124	44 602 103	0,001 089 909	24 514
0,87	0,000 000 849 036 771	46 677 647	0,001 114 702	24 793

Suite de la Table pour faciliter le calcul de la vitesse de l'eau, etc.

VITESSES moyennes U.	VALEURS CORRESPONDANT A CELLES DE U.			
	de J^2Q.	DIFFÉRENCES.	de DJ.	DIFFÉRENCES.
0,88	0,000 000 897 861 560	48 824 789	0,001 139 774	25 071
0,89	0,000 000 948 906 713	51 045 154	0,001 165 124	25 350
0,90	0,000 001 002 247 102	53 340 389	0,001 190 752	25 629
0,91	0,000 001 057 959 260	55 712 158	0,001 216 659	25 907
0,92	0,000 001 116 121 403	58 162 143	0,001 242 845	26 186
0,93	0,000 001 176 813 449	60 692 046	0,001 269 310	26 464
0,94	0,000 001 240 117 033	63 303 585	0,001 296 053	26 743
0,95	0,000 001 306 115 531	65 998 497	0,001 323 074	27 022
0,96	0,000 001 374 894 069	68 778 539	0,001 350 375	27 300
0,97	0,000 001 446 539 553	71 645 483	0,001 377 953	27 579
0,98	0,000 001 521 140 676	74 601 123	0,001 405 811	27 857
0,99	0,000 001 598 787 944	77 647 268	0,001 433 947	28 136
1,00	0,000 001 679 573 692	80 785 748	0,001 462 362	28 415
1,01	0,000 001 763 592 101	84 018 409	0,001 491 055	28 693
1,02	0,000 001 850 939 218	87 347 117	0,001 520 027	28 972
1,03	0,000 001 941 712 973	90 773 755	0,001 549 277	29 250
1,04	0,000 002 036 013 199	94 300 226	0,001 578 806	29 329
1,05	0,000 002 133 941 648	97 928 449	0,001 608 614	29 808
1,06	0,000 002 235 602 011	101 660 363	0,001 638 700	30 086
1,07	0,000 002 341 099 936	105 497 925	0,001 669 065	30 365
1,08	0,000 002 450 543 045	109 443 109	0,001 699 709	30 644
1,09	0,000 002 564 040 955	113 497 910	0,001 730 631	30 922
1,10	0,000 002 681 705 293	117 664 338	0,001 761 832	31 201
1,11	0,000 002 803 649 718	121 944 425	0,001 793 311	31 479
1,12	0,000 002 929 989 935	126 340 217	0,001 825 069	31 758
1,13	0,000 003 060 843 716	130 853 782	0,001 857 106	32 037
1,14	0,000 003 196 330 920	135 487 204	0,001 889 421	32 315
1,15	0,000 003 336 573 506	140 242 586	0,001 922 015	32 594
1,16	0,000 003 481 695 556	145 122 050	0,001 954 887	32 872
1,17	0,000 003 631 823 292	150 127 736	0,001 988 038	33 151
1,18	0,000 003 787 085 092	155 261 800	0,002 021 468	33 430
1,19	0,000 003 947 611 513	160 526 421	0,002 055 176	33 708
1,20	0,000 004 113 535 305	165 923 792	0,002 089 163	33 987
1,21	0,000 004 284 991 430	171 456 125	0,002 123 428	34 265
1,22	0,000 004 462 117 083	177 125 653	0,002 157 972	34 544
1,23	0,000 004 645 051 707	182 934 624	0,002 192 795	34 823
1,24	0,000 004 833 937 014	188 885 307	0,002 227 896	35 101
1,25	0,000 005 028 917 001	194 979 986	0,002 263 276	35 380
1,26	0,000 005 230 137 968	201 220 967	0,002 298 934	35 658
1,27	0,000 005 437 748 541	207 610 573	0,002 334 871	35 937
1,28	0,000 005 651 899 683	214 151 143	0,002 371 087	36 216
1,29	0,000 005 872 744 720	220 845 036	0,002 407 581	36 494
1,30	0,000 006 100 439 351	227 694 632	0,002 444 354	36 773
1,31	0,000 006 335 141 676	234 702 324	0,002 481 406	37 051
1,32	0,000 006 577 012 204	241 870 528	0,002 518 736	37 330

Suite de la Table pour faciliter le calcul de la vitesse de l'eau, etc.

VITESSES moyennes U.	VALEURS CORRESPONDANT A CELLES DE U.			
	de J^2Q.	DIFFÉRENCES.	de DJ.	DIFFÉRENCES.
1,33	0,000 006 826 213 879	249 201 675	0,002 556 344	37 609
1,34	0,000 007 082 912 095	256 698 216	0,002 594 232	37 887
1,35	0,000 007 347 274 716	264 362 620	0,002 632 398	38 166
1,36	0,000 007 619 472 090	272 197 375	0,002 670 842	38 445
1,37	0,000 007 899 677 074	280 204 984	0,002 709 565	38 723
1,38	0,000 008 188 065 047	288 387 973	0,002 748 567	39 002
1,39	0,000 008 484 813 931	296 748 883	0,002 787 847	39 280
1,40	0,000 008 790 104 206	305 290 275	0,002 827 406	39 559
1,41	0,000 009 104 118 934	314 014 727	0,002 867 244	39 838
1,42	0,000 009 427 043 770	322 924 837	0,002 907 360	40 116
1,43	0,000 009 759 066 988	332 023 218	0,002 947 755	40 395
1,44	0,000 010 100 379 494	341 312 506	0,002 988 428	40 673
1,45	0,000 010 451 174 845	350 795 351	0,003 029 380	40 952
1,46	0,000 010 811 649 268	360 474 423	0,003 070 611	41 231
1,47	0,000 011 182 001 679	370 352 412	0,003 112 120	41 509
1,48	0,000 011 562 433 702	380 432 023	0,003 153 908	41 788
1,49	0,000 011 953 149 683	390 715 981	0,003 195 974	42 066
1,50	0,000 012 354 356 714	401 207 031	0,003 238 319	42 345
1,51	0,000 012 766 264 646	411 907 932	0,003 280 943	42 624
1,52	0,000 013 189 086 112	422 821 466	0,003 323 845	42 902
1,53	0,000 013 623 036 542	433 950 430	0,003 367 026	43 181
1,54	0,000 014 068 334 182	445 297 640	0,003 410 486	43 459
1,55	0,000 014 525 200 114	456 865 932	0,003 454 224	43 738
1,56	0,000 014 993 858 271	468 658 157	0,003 498 240	44 017
1,57	0,000 015 474 535 459	480 677 188	0,003 542 536	44 295
1,58	0,000 015 967 461 373	492 925 914	0,003 587 110	44 574
1,59	0,000 016 472 868 615	505 407 242	0,003 631 962	44 852
1,60	0,000 016 990 992 714	518 124 099	0,003 677 093	45 131
1,61	0,000 017 522 072 144	531 079 430	0,003 722 503	45 410
1,62	0,000 018 066 348 339	544 276 196	0,003 768 191	45 688
1,63	0,000 018 624 065 718	557 717 379	0,003 814 158	45 967
1,64	0,000 019 195 471 696	571 405 978	0,003 860 404	46 246
1,65	0,000 019 780 816 707	585 345 011	0,003 906 928	46 524
1,66	0,000 020 380 354 220	599 537 513	0,003 953 730	46 803
1,67	0,000 020 994 340 759	613 986 539	0,004 000 812	47 081
1,68	0,000 021 623 035 920	628 695 161	0,004 048 172	47 360
1,69	0,000 022 266 702 390	643 666 470	0,004 095 810	47 639
1,70	0,000 022 925 605 964	658 903 574	0,004 143 728	47 917
1,71	0,000 023 600 015 565	674 409 602	0,004 191 923	48 196
1,72	0,000 024 290 203 263	690 187 698	0,004 240 398	48 474
1,73	0,000 024 996 444 289	706 241 026	0,004 289 151	48 753
1,74	0,000 025 719 017 058	722 572 769	0,004 338 182	49 032
1,75	0,000 026 458 203 186	739 186 128	0,004 387 493	49 310
1,76	0,000 027 214 287 505	756 084 320	0,004 437 081	49 589
1,77	0,000 027 987 558 088	773 270 583	0,004 486 949	49 867

Suite de la Table pour faciliter le calcul de la vitesse de l'eau, etc.

VITESSES moyennes U.	VALEURS CORRESPONDANT A CELLES DE U.			
	de J²Q.	DIFFÉRENCES.	de DJ.	DIFFÉRENCES.
		790 748 172		50 146
1,78	0,000 028 778 306 260	808 520 360	0,004 537 095	50 425
1,79	0,000 029 586 826 620	826 590 441	0,004 587 519	50 703
1,80	0,000 030 413 417 061	844 961 723	0,004 638 223	50 982
1,81	0,000 031 258 378 784	863 637 535	0,004 689 205	51 260
1,82	0,000 032 122 016 319	882 621 225	0,004 740 465	51 539
1,83	0,000 033 004 637 544	901 916 157	0,004 792 004	51 818
1,84	0,000 033 906 553 701	921 525 714	0,004 843 822	52 096
1,85	0,000 034 828 079 415	941 453 298	0,004 895 918	52 375
1,86	0,000 035 769 532 712	961 702 329	0,004 948 293	52 653
1,87	0,000 036 731 235 041	982 276 245	0,005 000 946	52 932
1,88	0,000 037 713 511 286	1 003 178 503	0,005 053 879	53 211
1,89	0,000 038 716 689 790	1 024 412 577	0,005 107 089	53 489
1,90	0,000 039 741 102 367	1 045 981 961	0,005 160 579	53 768
1,91	0,000 040 787 084 328	1 067 890 166	0,005 214 347	54 047
1,92	0,000 041 854 974 494	1 090 140 721	0,005 268 393	54 325
1,93	0,000 042 945 115 215	1 112 737 175	0,005 322 718	54 604
1,94	0,000 044 057 852 390	1 135 683 093	0,005 377 322	54 882
1,95	0,000 045 193 535 484	1 158 982 061	0,005 432 204	55 161
1,96	0,000 046 352 517 545	1 182 637 681	0,005 487 365	55 440
1,97	0,000 047 535 155 225	1 206 653 573	0,005 542 805	55 718
1,98	0,000 048 741 808 798	1 231 033 379	0,005 598 523	55 997
1,99	0,000 049 972 842 177	1 255 780 754	0,005 654 520	56 275
2,00	0,000 051 228 622 931	1 280 899 376	0,005 710 795	56 554
2,01	0,000 052 509 522 307	1 306 392 938	0,005 767 349	56 833
2,02	0,000 053 815 915 244	1 332 265 153	0,005 824 182	57 111
2,03	0,000 055 148 180 397	1 358 519 751	0,005 881 293	57 390
2,04	0,000 056 506 700 148	1 385 160 483	0,005 938 683	57 668
2,05	0,000 057 891 860 631	1 412 191 115	0,005 996 351	57 947
2,06	0,000 059 304 051 746	1 439 615 433	0,006 054 298	58 226
2,07	0,000 060 743 667 178	1 467 437 241	0,006 112 524	58 504
2,08	0,000 062 211 104 419	1 495 660 360	0,006 171 028	58 783
2,09	0,000 063 706 764 779	1 524 288 633	0,006 229 811	59 061
2,10	0,000 065 231 053 412	1 553 325 918	0,006 288 873	59 340
2,11	0,000 066 784 379 331	1 582 776 092	0,006 348 213	59 619
2,12	0,000 068 367 155 422	1 612 643 049	0,006 407 831	59 897
2,13	0,000 069 979 798 471	1 642 930 705	0,006 467 729	60 176
2,14	0,000 071 622 729 176	1 673 642 991	0,006 527 904	60 455
2,15	0,000 073 296 372 167	1 704 783 857	0,006 588 359	60 733
2,16	0,000 075 001 156 024	1 736 357 272	0,006 649 092	61 012
2,17	0,000 076 737 513 296	1 768 367 223	0,006 710 104	61 290
2,18	0,000 078 505 880 518	1 800 817 714	0,006 771 394	61 569
2,19	0,000 080 306 698 232	1 833 712 770	0,006 832 963	61 848
2,20	0,000 082 140 411 003	1 867 056 433	0,006 894 811	62 126
2,21	0,000 084 007 467 435	1 900 852 761	0,006 956 937	62 405
2,22	0,0000 85 908 320 196		0,007 019 341	

Suite de la Table pour faciliter le calcul de la vitesse de l'eau, etc.

VITESSES moyennes U.	VALEURS CORRESPONDANT A CELLES DE U.			
	de J²Q.	DIFFÉRENCES.	de JD.	DIFFÉRENCES.
2,23	0,000 087 843 426 030	1 935 105 834	0,007 082 025	62 683
2,24	0,000 089 813 245 778	1 969 819 748	0,007 144 987	62 962
2,25	0,000 091 818 244 397	2 004 998 618	0,007 208 227	63 241
2,26	0,000 093 858 890 974	2 040 646 578	0,007 271 747	63 519
2,27	0,000 095 935 658 752	2 076 767 778	0,007 335 544	63 798
2,28	0,000 098 049 025 141	2 113 366 388	0,007 399 621	64 076
2,29	0,000 100 199 471 738	2 150 446 598	0,007 463 976	64 355
2,30	0,000 102 387 484 350	2 188 012 612	0,007 528 609	64 634
2,31	0,000 104 613 553 006	2 226 068 655	0,007 593 522	64 912
2,32	0,000 106 878 171 977	2 264 618 972	0,007 658 712	65 191
2,33	0,000 109 181 839 799	2 303 667 822	0,007 724 182	65 469
2,34	0,000 111 525 059 283	2 343 219 485	0,007 789 930	65 748
2,35	0,000 113 908 337 542	2 383 278 259	0,007 855 956	66 027
2,36	0,000 116 332 186 002	2 423 848 460	0,007 922 262	66 305
2,37	0,000 118 797 120 424	2 464 934 423	0,007 988 846	66 584
2,38	0,000 121 303 660 924	2 506 540 499	0,008 055 708	66 862
2,39	0,000 123 852 331 985	2 548 671 061	0,008 122 849	67 141
2,40	0,000 126 443 662 482	2 591 330 497	0,008 190 269	67 420
2,41	0,000 129 078 185 698	2 634 523 216	0,008 257 967	67 698
2,42	0,000 131 756 439 339	2 678 253 641	0,008 325 944	67 977
2,43	0,000 134 478 965 558	2 722 526 219	0,008 394 199	68 256
2,44	0,000 137 246 310 969	2 767 345 411	0,008 462 734	68 534
2,45	0,000 140 059 026 667	2 812 715 698	0,008 531 546	68 813
2,46	0,000 142 917 668 245	2 858 641 578	0,008 600 638	69 091
2,47	0,000 145 822 795 815	2 905 127 570	0,008 670 008	69 370
2,48	0,000 148 774 974 023	2 952 178 208	0,008 739 656	69 649
2,49	0,000 151 774 772 070	2 999 798 047	0,008 809 583	69 927
2,50	0,000 154 822 763 729	3 047 991 659	0,008 879 789	70 206
2,51	0,000 157 919 527 363	3 096 763 634	0,008 950 273	70 484
2,52	0,000 161 065 645 944	3 146 118 580	0,009 021 036	70 763
2,53	0,000 164 261 707 070	3 196 061 126	0,009 092 078	71 042
2,54	0,000 167 508 302 985	3 246 595 916	0,009 163 398	71 320
2,55	0,000 170 806 030 598	3 297 727 613	0,009 234 997	71 599
2,56	0,000 174 155 491 498	3 349 460 900	0,009 306 874	71 877
2,57	0,000 177 557 291 974	3 401 800 476	0,009 379 030	72 156
2,58	0,000 181 012 043 035	3 454 751 061	0,009 451 465	72 435
2,59	0,000 184 520 360 426	3 508 317 391	0,009 524 178	72 713
2,60	0,000 188 082 864 647	3 562 504 221	0,009 597 170	72 992
2,61	0,000 191 700 180 970	3 617 316 324	0,009 670 440	73 270
2,62	0,000 195 372 939 462	3 672 758 491	0,009 743 989	73 549
2,63	0,000 199 101 774 996	3 728 835 534	0,009 817 817	73 828
2,64	0,000 202 887 327 275	3 785 552 280	0,009 891 923	74 106
2,65	0,000 206 730 240 850	3 842 913 575	0,009 966 308	74 385
2,66	0,000 210 631 165 134	3 900 924 284	0,010 040 972	74 663
2,67	0,000 214 590 754 424	3 959 589 291	0,010 115 914	74 942

Suite de la Table pour faciliter le calcul de la vitesse de l'eau, etc.

VITESSES moyennes U.	VALEURS CORRESPONDANT A CELLES DE U.			
	de J^2Q.	DIFFÉRENCES.	de DJ.	DIFFÉRENCES.
2,68	0,000 218 609 667 920	4 018 913 496	0,010 191 134	75 221
2,69	0,000 222 688 569 739	4 078 901 819	0,010 266 634	75 499
2,70	0,000 226 828 128 938	4 139 559 199	0,010 342 412	75 778
2,71	0,000 231 029 019 528	4 200 890 590	0,010 418 468	76 057
2,72	0,000 235 291 920 497	4 262 900 969	0,010 494 803	76 335
2,73	0,000 239 617 515 825	4 325 595 328	0,010 571 417	76 614
2,74	0,000 244 006 494 501	4 388 978 677	0,010 648 309	76 892
2,75	0,000 248 459 550 547	4 453 056 046	0,010 725 480	77 171
2,76	0,000 252 977 383 030	4 517 832 483	0,010 802 930	77 450
2,77	0,000 257 560 696 083	4 583 313 054	0,010 880 658	77 728
2,78	0,000 262 210 198 926	4 649 502 842	0,010 958 665	78 007
2,79	0,000 266 926 605 877	4 716 406 951	0,011 036 950	78 285
2,80	0,000 271 710 636 378	4 784 030 502	0,011 115 514	78 564
2,81	0,000 276 563 015 011	4 852 378 632	0,011 194 356	78 843
2,82	0,000 281 484 471 511	4 921 456 501	0,011 273 478	79 121
2,83	0,000 286 475 740 794	4 991 269 283	0,011 352 877	79 400
2,84	0,000 291 537 562 966	5 061 822 172	0,011 432 556	79 678
2,85	0,000 296 670 683 347	5 133 120 381	0,011 512 513	79 957
2,86	0,000 301 875 852 487	5 205 169 140	0,011 592 748	80 236
2,87	0,000 307 153 826 186	5 277 973 699	0,011 673 263	80 514
2,88	0,000 312 505 365 509	5 351 539 323	0,011 754 056	80 793
2,89	0,000 317 931 236 808	5 425 871 299	0,011 835 127	81 071
2,90	0,000 323 432 211 739	5 500 974 931	0,011 916 478	81 350
2,91	0,000 329 009 067 278	5 576 855 539	0,011 998 107	81 629
2,92	0,000 334 662 585 744	5 653 518 466	0,012 080 014	81 907
2,93	0,000 340 393 554 812	5 730 969 068	0,012 162 200	82 186
2,94	0,000 346 202 767 536	5 809 212 724	0,012 244 664	82 464
2,95	0,000 352 091 022 363	5 888 254 827	0,012 327 407	82 743
2,96	0,000 358 059 123 156	5 968 100 793	0,012 410 429	83 022
2,97	0,000 364 107 879 207	6 048 756 051	0,012 493 729	83 300
2,98	0,000 370 238 105 261	6 130 226 053	0,012 577 308	83 579
2,99	0,000 376 450 621 528	6 212 516 267	0,012 661 166	83 858
3,00	0,000 382 746 253 707	6 295 632 179	0,012 745 302	84 136

PHYSIQUE. — *Des effets produits sur les corps par les rayons solaires; par* M. Ed. Becquerel. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Biot, Arago, Regnault.)

« Dans le cours de mes recherches sur l'action chimique de la lumière, j'ai été conduit à une série de faits qui sont consignés dans le Mémoire que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie.

» Dans la première partie de ce Mémoire, après avoir rappelé succinctement tout ce que nous savons à l'égard de l'action du spectre solaire sur les substances chimiquement sensibles, j'ai donné une nouvelle description de l'actinomètre électro-chimique, qui permet d'étudier l'action des rayons solaires sur les sels d'argent insolubles, à l'aide des effets électriques produits dans la décomposition chimique de ces substances, même lorsque cette décomposition ne peut être observée par aucun des moyens connus.

» J'ai exposé ensuite, avec de grands développements, tous les faits que j'ai observés concernant l'action des écrans blancs transparents sur les rayons de diverse réfrangibilité, agissant chimiquement sur les substances impressionnables. Je suis arrivé à ce fait bien remarquable, que ces écrans, lorsqu'ils agissent par absorption, n'exercent leur action absorbante que sur les rayons situés au delà du violet visible, et que les *rayons les plus réfrangibles sont les éléments les plus absorbables.*

» Pour mettre ce fait hors de doute, j'ai opéré sur un grand nombre de substances solides et liquides sous forme d'écrans: parmi celles qui jouissent, au plus haut degré, du pouvoir absorbant sur les rayons dont la réfrangibilité est plus grande que celle de la raie H de Fraünhofer, je citerai comme liquides l'essence d'amandes amères, la créosote, et une solution de sulfate acide de quinine; et comme solide, la dichroïte.

» J'ai fait usage non-seulement de prismes de flint, mais encore de prismes de différente nature; ce qui m'a mis à même de reconnaître qu'en même temps qu'ils agissent comme prismes pour disperser les rayons solaires, ils se comportent encore comme écrans.

» En étudiant l'action des écrans colorés sur les rayons de diverse réfrangibilité, j'ai trouvé constamment, pour ces écrans comme pour les écrans incolores, que, lorsqu'une partie quelconque du spectre lumineux est absorbée ou détruite par une substance quelconque, la partie des rayons chimiques de même réfrangibilité l'est également.

» Les lois que l'on observe dans l'action chimique de la lumière sont les mêmes pour la phosphorescence, de sorte qu'il existe une dépendance mutuelle entre le rayonnement phosphorogénique et les rayonnements lumineux et chimiques, dépendance qui est telle que l'on peut conclure, je crois, des faits nombreux consignés dans mon Mémoire, que ces rayonnements sont un seul et même agent dont l'action se modifie suivant la nature de la matière sensible exposée à son influence, et le genre de modification dont cette substance est susceptible.

» D'après cette hypothèse, les divers effets que l'on observe dans cette

foule de phénomènes remarquables auxquels donne naissance l'action des rayons solaires, proviennent donc de la différence qui existe entre les matières sensibles, et non de la modification de l'agent producteur. »

ASTRONOMIE. — *Sur la construction des Tables astronomiques; par* M. U.-J. LEVERRIER.

(Commissaires, MM. Mathieu, Damoiseau, Liouville.)

« Les Tables des planètes ont pour but immédiat le calcul du lieu héliocentrique de l'astre à un instant déterminé. Au temps, qui se trouve ainsi l'argument naturel, on substitue d'abord la longitude moyenne. En retranchant de celle-ci la longitude du périhélie, on obtient l'argument appelé *anomalie moyenne,* qui sert aux calculs de l'équation du centre et du rayon vecteur. Enfin, lorsque la longitude dans l'orbite a été obtenue, on en retranche la longitude du nœud, ce qui fournit l'*argument de latitude,* au moyen duquel on détermine la réduction à l'écliptique et la latitude héliocentrique.

» Cette multiplicité d'arguments oblige l'astronome à recourir à plusieurs Tables. Les signes, les facteurs des parties proportionnelles changent sans cesse, et l'on passe par une foule de nombres intermédiaires pour arriver enfin à la *longitude réduite à l'écliptique*, au *logarithme du rayon vecteur réduit à l'écliptique* et à la *latitude héliocentrique,* les trois seules quantités dont on fasse usage pour en déduire le lieu géocentrique. Je me suis proposé de montrer ici qu'on arrive beaucoup plus rapidement aux expressions de ces trois coordonnées héliocentriques, en prenant le temps pour unique argument. Le procédé est applicable à toutes les planètes. Tel est l'objet de la *première partie* de mon travail.

» Dans la *seconde partie,* je donne des Tables de Mercure, construites conformément à cette nouvelle méthode.

» Je n'ai pas sensiblement modifié le calcul des perturbations et des variations séculaires. Ce calcul est très-court par lui-même, et en outre il suffit, pour la construction d'une éphéméride, de le faire de cinq jours en cinq jours; les valeurs intermédiaires s'en déduisent par interpolation. Ces variations une fois déterminées, le calcul complet du lieu demande à peine, par ma méthode, *le tiers* du temps qu'il exigeait par l'ancienne.

» La longitude réduite à l'écliptique par exemple, se compose uniquement d'une partie copiée dans la Table, d'une partie proportionnelle, et de la perturbation déjà calculée. La latitude et le logarithme de la projection du rayon vecteur se calculent d'une manière tout à fait semblable.

» Les constructeurs d'éphémérides surtout trouveront dans l'emploi de ma méthode d'immenses avantages. D'abord, la partie constante de chaque coordonnée, copiée simplement dans la Table, ne peut donner lieu à aucune erreur; il en est de même de l'expression des perturbations qui s'interpole de jour en jour. Reste le calcul de la partie proportionnelle. Or, tandis que le facteur, par lequel on la détermine, variait sans cesse par l'ancienne méthode, dans la mienne *il reste le même pendant quatre-vingt-huit jours consécutifs pour Mercure; pendant deux cent vingt-cinq jours pour Vénus,... et enfin pour Uranus il ne changerait pas pendant quatre-vingt-un ans*. Et ainsi la partie proportionnelle qui, avec les anciens arguments était aujourd'hui très-grande, demain très-petite, se trouvera au contraire varier d'une manière progressive, sans laisser aucune prise aux erreurs.

» Voici le calcul complet du lieu de Mercure, pour le 1er janvier 1845, à midi moyen, par mon procédé et par l'ancienne méthode; on y verra d'un seul coup d'œil de quel côté est l'avantage.

Nouvelle méthode.

	Longitude ν_1.	Latitude λ.	Log. de r_1.
2,9280	43° 36′ 10″,8	—0.21.11,5	9,498 8624
2,0167	14. 7,3	+ 1.43,9	— 1622
—3,2098	1.12,9	+ 3,7	— 42
	43.51.31,0	—0.19.23,9	9,498 6960

Ancienne méthode.

Long. moyenne et vraie.	Anomalie moy. et équation du centre.			Argument de latitude.	
1s22°31′44″,5	1s24°34′35″,8 —	10°45′29″,2 +	9,6772	1s 13°50′ 19″,7	
2. 2.46,3	2.15. 2.23,0 +	1. 3,0	2,1220	1.16.29.30,7	
5,0					
	11. 9.32.12,8 —	10.44.26,2	1,7992	11.27.20.49,0	
1.24.34.35,8					
— 10.44.26,2	Log. de r_1.			Réduction à l'écliptique.	
+ 10,1	0,315 3136 —	0,3093		1′20″,4 —	7,8702
1.13.50.19,7	— 270	2,1220		— 9,2	3,0965
1.11,2	— 20				
		2,4313		1.11,2 —	0,9667
ν_1 = 43°51′30″,9	0,315 2846			Latitude λ.	
	9,498 7027			—0°21′56″,0 +	9,0855
	9,999 9931			+ 2.32,1	3,0965
	9,498 6958			—0°19′23″,9	2,1820

» Voilà bien les mêmes résultats; mais quelle différence dans la longueur du calcul! Delambre s'estimait fort heureux quand, sur une douzaine de logarithmes, il parvenait, dans une opération usuelle, à en éviter un; et Delambre avait raison, car c'était un mois de travail économisé sur douze. Dans le calcul précédent je n'ai fait que 77 chiffres par ma méthode, tandis que par l'ancienne il m'en a fallu 248! Je suis donc autorisé à conclure que j'ai réduit le travail au tiers de sa longueur; que sur douze mois de calculs on fera, par ma méthode, une économie de huit mois. »

ASTRONOMIE. — *Note sur la comète découverte à Paris le* 3 *mai* 1843; *par* M. **Victor Mauvais.**

(Commissaires, MM. Mathieu, Damoiseau, Liouville.)

« La comète découverte à Paris le 3 mai de cette année (1843), dont j'ai déjà eu l'honneur de présenter les éléments provisoires à l'Académie, a été très-extraordinaire par la grandeur de sa distance au Soleil et par la longue durée de son apparition. J'ai pensé qu'il y aurait de l'intérêt à en faire l'objet de recherches plus délicates que celles auxquelles on se borne ordinairement à l'égard des comètes dont rien ne fait soupçonner la périodicité. On ne calcule les éléments de leurs orbites que pour les faire entrer dans les catalogues, afin que nos successeurs puissent constater leur identité avec ceux des comètes qui reviendraient plus tard dans le voisinage du Soleil.

» La durée de l'apparition d'une comète, comparée au temps qu'elle emploie à parcourir toute son orbite, est si courte, que nous ne pouvons pas ordinairement obtenir les données nécessaires pour reconnaître la périodicité.

» La dernière comète de cette année a pu être observée pendant cinq mois entiers; elle a parcouru près de 71 degrés d'anomalie dans une seule branche de son orbite commençant au périhélie même. Il y avait donc lieu d'espérer qu'elle se prêterait à une détermination directe du temps de sa révolution; le résultat n'a point confirmé mon attente, et je suis arrivé à une orbite *parabolique* qui satisfait à l'ensemble des observations dans les limites mêmes des erreurs que ces observations comportent.

» La méthode de correction que j'ai suivie est celle de la *Mécanique céleste;* l'orbite provisoire dont je suis parti était déjà suffisamment approchée, comme on peut le voir par le tableau ci-joint :

DATES. 1843.	Intervalles à partir du 4 mai.	Arc d'anomalie parcouru dans l'intervalle.	Erreurs des longitudes héliocentriques dans l'orbite. Av. la correct.	Après la correction des éléments.	ERREURS des positions géocentriques, après la correction. En longit.	En latitude.
4 mai.	»	»	»	»	— 4″6	— 6″5
29 mai.	25 jours.	16°43′	+ 1″4	+ 1″4	+ 5,0	— 2,3
23 juin.	50	32.14	+ 7,8	— 0,4	— 3,3	— 0,8
7 juillet.	64	40. 7	+ 16,2	+ 0,4	+ 2,9	— 1,6
6 août.	94	54.35	+ 30,5	+ 3,5	— 7,9	— 2,1
30 août.	118	64. 2	+ 43,3	— 1,3	— 3,9	— 6,9
20 septemb.	139	70.58	+ 55,9	+ 3,0	— 4,7	—13,8

» Les erreurs sur les longitudes héliocentriques comptées dans l'orbite, combinées avec celles que j'ai obtenues en faisant varier convenablement l'*instant du passage* au périhélie, et la *distance périhélie*, m'ont donné six équations de condition relatives à la correction de ces deux éléments; je les ai résolues par la méthode des moindres carrés, et l'on peut voir, par le tableau qui précède, que les erreurs qui restent après cette correction, sont tellement petites qu'il n'est pas possible d'approcher plus près, à moins d'employer d'autres observations en plus grand nombre. J'ai déterminé ensuite les autres éléments : *la longitude du nœud*, celle *du périhélie*, et l'*inclinaison* du plan de l'orbite, de manière à satisfaire le mieux possible à l'ensemble des sept observations que j'avais choisies, et qui comprennent toute la partie visible de l'orbite; j'ai voulu voir ensuite comment elles représentent les autres observations, et j'ai reconnu que les erreurs des positions géocentriques ne dépassent pas 15 secondes de degré, c'est-à-dire qu'elles restent dans les limites des erreurs d'observation. Je me serais attaché, peut-être, à les réduire encore si ce travail avait eu quelque utilité; mais comme les erreurs héliocentriques restant après la correction, montraient, par leur petitesse et par la variation du signe, que la parabole suffisait à représenter l'ensemble des observations dans toute l'étendue de l'orbite observée, je n'ai pas pensé qu'il fût bien important de faire disparaître les quelques secondes d'erreur qui restent encore sur les positions géocentriques.

» Voici les éléments paraboliques auxquels je suis arrivé :

	Passage au périhélie 1843, mai.	6,065030 t. moyen de Paris
	Distance périhélie...........	1,616442 (log = 0,2085600)
Rapportés à l'équinoxe moyen de 0 mai 1843.	Longitude du périhélie.......	281° 29′ 50″,7
	Longitude du nœud ascendant.	157° 14′ 41″,2
	Inclinaison	52° 44′ 55″,0
	Sens du mouv. héliocentrique..	Direct.

» Toutes les étoiles qui ont servi à déterminer les positions apparentes de la comète ont été observées à l'Observatoire, par mes collègues et par moi, au moins trois fois chacune; je les ai calculées avec soin, et ramenées aux positions apparentes pour le jour de la comparaison avec la comète; j'ai l'honneur d'en présenter le tableau, ainsi que les positions apparentes de la comète déduites des comparaisons avec les étoiles; j'ai mis dans des colonnes spéciales les valeurs de l'aberration et de la parallaxe, afin de faciliter le calcul à ceux qui voudraient employer ces observations. »

ASTRONOMIE. — *Addition à un précédent Mémoire sur le mouvement de translation du Soleil; par* M. A. **Bravais**. (Extrait par l'auteur.)

(Commission précédemment nommée.)

« J'ai l'honneur d'adresser à l'Académie une Note additionnelle à mon précédent Mémoire sur le *mouvement de translation du Soleil*. Voici, en peu de mots, l'objet de la Note actuelle :

» Pour déterminer le mouvement de translation du Soleil, on peut combiner ensemble les étoiles à grand mouvement propre, sans tenir compte des différences d'éclat qu'elles présentent, et rapporter cet astre au groupe artificiel ainsi formé.

» On peut, d'autre part, sacrifiant la considération de la grandeur du mouvement propre à celle de la grandeur optique, associer les étoiles d'après ce dernier caractère, les étoiles de premier ordre étant censées être les plus proches de nous, celles de second ordre venant après, et ainsi de suite. Les deux listes ainsi obtenues diffèrent presque complétement entre elles, à tel point que le nombre des étoiles communes à l'une et à l'autre n'est qu'un dix-huitième du nombre total. Et cependant les deux systèmes de valeurs des éléments de la trajectoire solaire conclus de l'une et de l'autre de ces deux méthodes sont presque identiques, coïncidence qui serait à peu près inexplicable, si le mouvement solaire n'était pas réel.

» Basant mes nouveaux calculs sur les 62 étoiles de première et deuxième grandeur contenues dans les Catalogues de 1755 et 1830, je trouve une trajectoire dirigée à peu près vers η Hercule, et une vitesse qui, à la moyenne distance des étoiles de première grandeur, produirait une parallaxe annuelle (non raccourcie) de $0'',28$; cette vitesse est à la vitesse moyenne des 62 étoiles du groupe, dans le rapport de 1 à 1,55, ce qui diffère très-peu du résultat obtenu dans un précédent Mémoire.

» Je donne en outre des formules simples qui, dans cette même question, permettent de tenir compte des petits changements à introduire au besoin dans la valeur actuellement reçue du coefficient de la précession des équinoxes; l'incertitude que cette cause occasionne sur la direction du mouvement solaire ne s'élève qu'à 1 ou 2 degrés. Je termine par les formules relatives au cas inverse dans lequel on se proposerait de calculer la précession en ayant égard au mouvement de transfert du Soleil, attendu que ce mouvement altère, d'une quantité assez notable ($0'',013$ suivant M. O. Struve), le résultat définitif de ce calcul. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la production des flammes dans les volcans, et sur les conséquences qu'on peut en tirer; par* M. LÉOPOLD PILLA. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Cordier, Élie de Beaumont, Dufrénoy.)

« La question de savoir si les phénomènes volcaniques sont ou non accompagnés de flammes est, à ce que je pense, d'une telle importance dans la science de la Terre, qu'on ne saurait trop la rappeler à l'attention des physiciens; elle laisse encore dans les esprits des doutes qui ont besoin d'être éclaircis. Le plus grand nombre des savants qui se sont occupés de l'étude des volcans nient la manifestation de ce phénomène dans les éruptions volcaniques, et l'on pense généralement que ce que le vulgaire et même plusieurs écrivains ont appelé *flammes* n'est autre chose que la réflexion de la lumière produite par les matières embrasées sur les parois des cratères, et sur la colonne de fumée qui en sort. Qu'il me soit permis de citer à cet égard les passages suivants d'auteurs très-respectables.

« Une preuve sans réplique de l'invalidité de cette hypothèse (du dégage-
» ment de gaz hydrogène dans les éruptions de Stromboli) est la suivante.
» Lorsque les bulles de la lave bouillonnante éclatent par la sortie du gaz
» renfermé, qui ne voit que si ce gaz était de l'hydrogène, il devrait s'en-
» flammer dans ce moment sur la surface de la lave? Mais il est très-certain

» que dans chaque éruption on ne voit jamais dans la lave qui éclate la plus » faible inflammation (1). »

« Les différents combustibles métalliques et métalloïdes peuvent décom- » poser l'eau, en proportion du degré d'affinité qu'ils ont avec l'oxygène de » celle-ci, et donner origine à la série d'acides et d'oxydes qui se manifestent » dans les volcans. Cependant on doit remarquer que l'hydrogène, en sortant » de sa combinaison, ne parvient jamais dans les bouches ignivomes qui » sont en communication avec l'air atmosphérique, parce que *nous n'avons* » *jamais vu de flammes ni sur le cratère en action, ni sur la surface des* » *laves courantes* (2). »

« L'une des conséquences de l'hypothèse de Davy, la plus importante » peut-être, serait le dégagement, par le cratère des volcans, d'une énorme » quantité d'hydrogène, soit libre, soit combiné avec d'autres principes, si » c'est réellement l'eau qui entretient par son oxygène les feux volcaniques. » Cependant, il ne paraît pas que le dégagement de l'hydrogène soit très- » fréquent dans les volcans. Quoique pendant mon séjour à Naples, en 1805, » avec mes amis MM. Alexandre de Humboldt et Léopold de Buch, j'aie été » témoin, au Vésuve, de fréquentes explosions qui lançaient la lave fendue » à plus de 200 mètres de hauteur, je n'ai jamais aperçu aucune inflam- » mation d'hydrogène (3). »

« La lumière brillante réfléchie par les nuages de vapeur aqueuse et de » cendre suspendus sur le cône, produit cette apparence qui si souvent est » décrite avec la dénomination erronée de *flammes* dans les relations » des éruptions volcaniques par des témoins inexpérimentés, et qui n'ont » aucune connaissance de la science (4). »

» M. la Bêche, en décrivant les phénomènes d'une éruption du Vésuve, s'exprime ainsi : « Les matières solides lancées par le volcan semblaient une » nombreuse décharge de boulets rouges, tandis que la lumière de la masse » incandescente de l'intérieur du cratère, réfléchie parfois d'une manière » très-vive par la colonne de vapeurs supérieure, produisait, pour l'obser- » vateur placé à une certaine distance, ces apparences de flammes *qu'on a* » *de fortes raisons pour regarder comme étant des illusions. Il est au*

---

(1) Spallanzani, *Viaggi alle Due-Sicilie,* tom. III, cap. 21.

(2) Covelli, *Storia dei fenomeni del Vesuvio,* § XC.

(3) Gay-Lussac, *Réflexions sur les volcans* (Ann. de Chim. et de Phys., t. XXII).

(4) Poulet Scrope, *Considerations ou vulcanoes,* cap. 2, § I.

» *moins bien certain que presque tous les cas de cette nature, qu'on a » cités, n'ont d'autre cause qu'une réflexion de lumière, qui varie en intensité avec l'activité du volcan* (1). »

« Les vapeurs éclairées par les matières incandescentes qui remplissent les » cratères, ou en garnissent les parois, ont souvent été prises pour des » flammes. Mais cette illusion a été combattue par un grand nombre d'ob» servateurs, qui ont affirmé *qu'il ne sortait jamais aucune véritable » flamme des cratères des volcans* (2). »

» Moi aussi, entraîné par tant d'autorités, lorsque je commençais à observer les phénomènes du Vésuve, je disais « que l'on doit éviter dans ces cir» constances de prendre pour des flammes l'irradiation lumineuse produite » par les pierres et les scories incandescentes, erreur dans laquelle plusieurs » personnes tombent souvent (3). » Et, en effet, lorsque j'écrivais cette phrase, je n'avais jamais observé des flammes au Vésuve.

» J'omets de citer ici les passages d'auteurs plus anciens. Il est vrai que plusieurs d'entre eux, en décrivant les phénomènes volcaniques, font quelquefois mention de *flammes;* mais il est évident qu'ils n'apportèrent pas à ce phénomène une attention particulière, et qu'ils ne le distinguèrent pas de la réflexion lumineuse produite par les matières ardentes.

» On voit donc que les géologues ont pensé jusqu'à présent que les éruptions volcaniques ne sont jamais accompagnées de flammes. Cependant cette opinion est tout à fait erronée. Du moins je me crois en droit de l'affirmer positivement pour ce qui regarde le Vésuve.

» Commençons par poser les faits qui peuvent appuyer cette proposition générale. Parmi les phénomènes que j'ai eu l'occasion d'observer au Vésuve pendant douze années, je regarde comme les plus importants ceux que je vais rapporter et dont je dois la connaissance à un heureux hasard.

» Dans la nuit du 2 juin 1833, j'étais dans le cratère du Vésuve, pour observer les phénomènes d'une éruption qui touchait à sa fin. Au milieu du cratère il y avait alors un de ces cônes de scories qui s'élèvent et se détruisent avec une rapidité vraiment admirable : c'était le plus grand cône que j'y aie observé; de sorte qu'on pouvait l'appeler le petit *Monte Nuovo*. Sur sa sommité était ouverte une grande bouche en forme d'entonnoir,

---

(1) *Manuel de Géologie* (art. *Volcans en activité*).

(2) Brongniart, *Des volcans et des terrains volcaniques* (art. du *Dict. d'Hist. nat.*).

(3) *Spet. del Vesuv.*, fasc. I, § XXVIII.

par laquelle les explosions avaient lieu. Dans le moment dont je parle, elles étaient ralenties et se succédaient dans l'intervalle de trois à quatre minutes. Cette circonstance me fit naître le désir de monter sur le cône pour regarder de très-près, et immédiatement au-dessus de la bouche, le grand phénomène des explosions, ce que je n'avais pu faire. A la vérité j'avais plusieurs fois observé des éruptions par le sommet de la *Punta del Palo;* mais la distance de la bouche proprement dite, ou du soupirail du volcan, les parois de scories dont elle est ordinairement entourée pendant les éruptions, la fumée, les jets de pierre, et d'autres circonstances, m'avaient toujours empêché de voir directement ce qui se passait dans l'orifice volcanique au moment des explosions. Je montai sur le bord du cône, avec mon brave guide, qui partageait avec moi la curiosité de voir le phénomène. L'intérieur du gouffre était en grande partie débarrassé de fumée; il en sortait seulement quelques filets par divers points des parois. Cette heureuse circonstance me permettait de voir bien nettement toutes les parties du cratère et les phénomènes qui s'y passaient. La bouche était ouverte dans le fond de l'entonnoir; elle se trouvait ainsi immédiatement sous mes yeux, à une profondeur de près de 80 mètres: sa circonférence était à peu près de 20 mètres; on voyait tout son intérieur embrasé. La vue des phénomènes qui accompagnaient les explosions était d'une magnificence inexprimable. Voici en quoi ils consistaient :

» Un grand bruit souterrain et une secousse violente du cône annonçaient l'explosion; immédiatement après, et presque en même temps, la bouche s'ouvrait et éclatait avec le bruit d'une décharge de canon; il en sortait avec grande violence une colonne de fumée noire et fuligineuse, et il s'échappait, avec la rapidité de l'éclair, un énorme torrent de substances gazeuses enflammées et de pierres enflammées, qui retombaient, en forme de grêle, en grande partie dans le gouffre et en partie en dehors. J'étais enivré de la grandeur du spectacle, mais surtout je ne me rassasiais pas d'observer la colonne de flammes ardentes qui accompagnaient l'explosion; c'était la première fois qu'il m'arrivait de voir un semblable phénomène : la flamme s'élevait à 4 ou 5 mètres, et ensuite elle disparaissait au milieu de tourbillons de fumée, en sorte qu'une personne dont l'œil aurait été au niveau du bord du goufre n'aurait pas pu la voir. Je dis cela, parce que lorsque l'on regarde les explosions volcaniques de loin, et dans des endroits où la bouche en action n'est pas visible, il n'arrive jamais qu'on observe des flammes; d'où vient qu'on a nié la production de ce phénomène dans les actions volcaniques. La flamme que j'observai avait

une couleur d'un rouge violet très-marqué. On voyait très-clairement que le gaz qui la produisait s'enflammait au contact de l'air, parce qu'il brûlait seulement à la circonférence de la colonne et que dans l'intérieur il était obscur, offrant en grand ce que la flamme d'une lampe présente en petit. Après que l'explosion et la chute des pierres était finie, on voyait un autre phénomène très-remarquable. Des flammes isolées, disposées d'une manière très-pittoresque, restaient dans le fond du goufre, se mouvaient autour de la bouche et léchaient très-lentement les parois de l'entonnoir; phénomène qu'on pourrait comparer, jusqu'à un certain point, *si licet maxima comparare minimis*, à la flamme de l'alcool qui brûle dans une capsule. On distinguait alors très-bien la belle couleur violette de la flamme; une odeur peu sensible de gaz hydrogène sulfuré accompagnait ces phénomènes. Je restai pendant un quart d'heure à regarder un spectacle aussi ravissant, ce qui me permit de voir cinq explosions accompagnées toujours par les mêmes phénomènes; je serais resté encore plus longtemps dans cet endroit, si la dernière des explosions, qui venait d'éclater avec plus de violence que les précédentes, ne nous eût pas obligés de nous retirer avec précipitation.

» Je n'ai pas eu depuis lors l'occasion de voir d'aussi près la grande bouche du volcan en explosion; mais j'ai observé la production des flammes dans d'autres circonstances presque semblables.

» Dans le mois de juin de l'année suivante, le Vésuve était en éruption: le soir du 7, je fis une course sur le cratère. Le cône intérieur jetait des pierres avec une violence qui ne permettait pas d'en approcher. Un courant de lave jaillissait à son pied par une crevasse. Tout près, il y avait une intumescence de forme longitudinale, qui supportait huit petits cônes, ou plutôt huit gros tuyaux de lave, tous ouverts à leur sommet, et jetait des gaz et des vapeurs avec un bruit et un sifflement étourdissants, qu'on pouvait comparer à celui produit par l'élévation des soupapes dans une machine à vapeur à haute pression. A la faveur de la nuit, on voyait que leurs actions étaient accompagnées de belles flammes coniques, qui sortaient par les tuyaux avec une violence comparable en quelque manière à la flamme animée par le chalumeau. Elles avaient la longueur de 8 à 13 centimètres, et un diamètre à la base de 4 centimètres; elles brûlaient avec une belle couleur verdâtre, comme celle de l'alcool tenant en solution de l'acide borique; une telle couleur provenait très-probablement du chlorure de cuivre qui accompagnait la substance gazeuse. La fumée qui s'échappait par les ouvertures des cônes avait une odeur insupportable d'acide chlorhydrique: on ne sentait pas le gaz hydrogène sulfuré. Ce fut la seconde fois

que j'eus occasion de voir des flammes dans le cratère du Vésuve, et je les observai avec mon excellent ami M. Ravergie, de Paris, qui s'était associé avec moi dans cette excursion.

» J'ai vu de très-belles flammes au Vésuve pour la troisième fois, lors de la grande éruption d'août 1834. Le volcan s'était crevé à sa base orientale, et il rejetait le grand courant de lave qui s'est répandu dans les terres fertiles d'Ottajano. Dans l'endroit où la lave se faisait jour, s'étaient formées deux intumescences qui supportaient douze petits cônes, espèces d'*hornitos*, qui étaient tous en grande activité, et produisaient des explosions bruyantes. Un de ces cônes, qui se montrait plus actif et dont je pouvais m'approcher davantage malgré la fumée qui se répandait à l'entour, donnait par sa bouche, outre les gerbes de pierre, une flamme vive d'un blanc rougeâtre, qui sortait avec une grande violence et s'élevait jusqu'à la hauteur de 3 mètres; son jet était continuel, comme la flamme que l'on voit sortir par un haut-fourneau animé par des soufflets. La fumée était chargée d'acide chlorhydrique, et, dans quelques instants, elle nous enveloppa de manière que peu s'en fallut que le professeur Tosone, de Milan, et moi, nous n'en fussions étouffés.

» Je n'ai eu le bonheur d'observer des flammes d'une manière bien distincte, au Vésuve, que ces trois fois. Jamais je n'en ai vu paraître à la surface des courants de lave, loin de leur source. Mais mon ami, M. Maravigna, assure en avoir observé sur le courant de l'Etna, qui coula dans l'éruption de 1819.

» Après tout ce que je viens de dire, je crois que les explosions des volcans sont constamment accompagnées par des flammes. Pour ce qui regarde le Vésuve, je suis tellement convaincu de cette vérité, que je m'engagerais à les faire voir dans une éruption quelconque, pourvu que l'on se trouvât dans des circonstances favorables. Je le répète encore une fois, si l'on a nié la manifestation de ce phénomène, cela tient aux grandes difficultés de pouvoir observer de très-près les explosions; et quand on les regarde loin de la bouche en action, ce qui est le cas ordinaire, les flammes, ou sont cachées par les parois de scories dont elles sont entourées, ou bien en s'élevant, disparaissent au milieu de la fumée et des jets de pierre.

» Le phénomène dont je parle n'est pas accidentel dans les grandes actions des volcans. Il suffit de le regarder une seule fois pour se convaincre qu'il doit tenir intimement à la cause de ces actions. On peut dire que les flammes sont l'accident le plus remarquable des explosions volcaniques, comme celles-ci sont le phénomène le plus essentiel des éruptions; nous pouvons y voir la manifestation extérieure la plus directe de l'origine du

ferment intérieur. C'est pour cela que je considère mes observations sur les flammes du Vésuve comme devant aider à expliquer la cause des phénomènes volcaniques.

» En résumant tout ce qui précède, je crois en pouvoir tirer les conclusions suivantes :

» 1°. Les flammes ne se manifestent au Vésuve que lorsque l'action volcanique est énergique, et qu'elle est accompagnée d'un développement de substances gazeuses à grande tension : elles ne paraissent pas lorsque les actions sont faibles ;

» 2°. Leur apparition accompagne toujours les explosions de la bouche principale ; seulement on a besoin de circonstances favorables pour les observer ;

» 3°. Elles se manifestent aussi dans les petits cônes en action, qui se forment dans l'intérieur du cratère, ou au pied du volcan ;

» 4°. Enfin, elles ne se font voir que dans les ouvertures qui sont directement en communication avec le foyer volcanique, et jamais sur les laves en mouvement qui sont éloignées de leur source.

» Après cette exposition, il est naturel de rechercher quel est le gaz qui donne naissance aux flammes dans le Vésuve. »

Nous reviendrons sur le reste du Mémoire de M. Pilla après le Rapport des Commissaires.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Nouvelle forme des roues à poires, ou danaïdes.* Note de M. Combes.

(Commission précédemment nommée.)

« J'ai l'honneur d'adresser à l'Académie une Note succincte relative à une forme particulière des roues à poires, ou *danaïdes,* que j'ai indiquée dans mes leçons à l'École royale des Mines faites pendant l'hiver dernier, 1842-43. Les cloisons qui reçoivent l'impression de la veine liquide motrice sont des plans verticaux qui se coupent suivant l'axe de la machine. Les équations générales des roues à palettes tournant autour d'un axe vertical montrent que des roues de cette forme sont susceptibles d'utiliser presque tout le travail moteur d'une chute d'eau, lorsqu'elles reçoivent la veine liquide motrice à la moitié de la hauteur de la chute totale, et que l'eau est forcée par une enveloppe convenable à descendre en se rapprochant de l'axe, pour s'écouler au bas de la roue, à une très-petite distance de cet axe.

» Je ne crois pas que cette forme soit nouvelle. On a exécuté, à ce que

l'on m'a dit, des roues de ce genre dans les montagnes du Vivarais, et il est possible qu'elles soient indiquées explicitement dans quelques-uns des Mémoires imprimés de M. Burdin ou d'autres auteurs qui ont écrit sur la mécanique appliquée.

» Les roues que M. Sarrus appelle *rouets enveloppés*, et auxquelles se rapporte la Note de ce savant géomètre, imprimée dans le *Compte rendu* de la séance de l'Académie du 10 juillet 1843, doivent avoir, ce me semble, une forme analogue à celle que j'ai indiquée dans mes leçons. La communication que je fais aujourd'hui à l'Académie a seulement pour but d'établir que j'avais antérieurement mentionné cette forme d'une manière générale, en la considérant comme un dispositif particulier que sont susceptibles de recevoir, dans certains cas assez restreints, les roues à palettes tournant autour d'un axe vertical, et auquel la théorie généralement admise de ces roues s'applique sans difficulté. »

M. **Itier** présente à l'Académie trois Mémoires dont nous rendrons compte lorsque les Commissaires auront fait leur Rapport. En voici les titres :

1°. *Aperçu sur la constitution géologique de la Guyane française;*

2°. *Météorologie de la Guyane française;*

3°. *Notice sur la constitution géologique de l'archipel des petites Antilles, et sur les effets du tremblement de terre du 8 février 1843, qui a détruit la ville de la Pointe-à-Pître.*

(Commissaires, MM. Arago, Élie de Beaumont, Boussingault.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Agriculture et du Commerce** adresse à l'Académie le 48e volume des *Brevets d'invention expirés*, avec un exemplaire de la table des quarante premiers volumes de cet ouvrage.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Note historique sur quelques points relatifs à la théorie de la machine à vapeur;* par M. **de Pambour**.

« Mon attention a été récemment attirée sur trois passages de l'auteur anglais Wood, dans lesquels cet auteur paraît m'avoir devancé dans l'énoncé de quelques points qui m'ont servi à établir ou à défendre ma théorie de la machine à vapeur; et comme il est nécessaire, dans l'histoire de la science, de faire la distinction précise de ce qui appartient à chacun, mon intention

est de montrer, dans cette Note, en quoi nous différons et en quoi nous sommes d'accord sur les points en question. Les passages dont il s'agit se trouvent pages 340-350 de la seconde édition de son ouvrage sur les chemins de fer (1832), et se trouvaient pages 270-272 de sa première édition (1825), ou, du moins, ils sont cités ainsi par Girard, page 74 de son introduction à la traduction du Mémoire de M. de Gerstner sur les grandes routes.

» Le premier passage est le suivant (page 341) : « Quand une ouverture » est faite dans un vase ou une chaudière contenant de la vapeur à une » haute élasticité, la tendance que les fluides de différentes densités ont à » se mettre en équilibre, fait que la vapeur de la chaudière se précipite » dans l'atmosphère, et la vitesse d'écoulement est proportionnelle à la différence entre la densité de la vapeur dans la chaudière, et celle du milieu » dans lequel elle se précipite. C'est ainsi que la vapeur agit dans les machines à haute pression, dans son passage de la chaudière au cylindre; on » ouvre entre eux un passage dont on peut augmenter ou diminuer la grandeur au moyen de la soupape à gorge. Quand l'ouverture est faite, la vapeur se précipite vers le cylindre avec une force proportionnée à sa densité, et, agissant sur le piston, le fait mouvoir avec une vitesse équivalente » à celle que la vapeur, d'une densité égale à celle de la chaudière, prendrait en s'échappant par cette ouverture, dans un milieu, d'une densité » égale à celle de la pression sur le piston. Si le mécanisme de la machine » est tellement arrangé que le piston se meuve avec une vitesse égale à la » vitesse d'écoulement, la vapeur exercera peu de pression sur lui, et plus » les deux vitesses se rapprocheront l'une de l'autre, plus sera petite la » pression effective exercée sur le piston. De même, si l'arrangement du » mécanisme est tel que le piston se meuve avec une vitesse modérée, la » pression effective sur le piston, comparée à celle de la chaudière, deviendra plus grande, les pressions relatives s'approchant de plus en plus, et » enfin devenant égales quand le piston est en repos. Dans tous ces cas, le » lecteur verra que l'élasticité de la vapeur dans la chaudière, et celle dans » le cylindre, sont très-différentes, l'une étant indiquée par la pression sur » la soupape de sûreté de la chaudière, et l'autre par l'intensité de la charge » sur le piston.

» De plus, si nous supposons une certaine résistance opposée au mouvement du piston, qui représentera l'intensité de la charge, il faudra une » pression égale sur le piston, simplement pour contre-balancer cette résistance; mais, pour donner le mouvement au piston et au mécanisme, il

» faudra accroître cette pression au delà de celle qui contre-balance unique-
» ment la résistance opposée, et cette pression additionnelle doit, comme
» on l'a expliqué précédemment, être d'autant plus grande que le piston doit
» se mouvoir plus rapidement. . . .

» Si W représente la charge sur le piston, F le frottement de la machine,
» V la vitesse du piston en pieds par secondes, $g = 32\frac{1}{2}$ la vitesse de la gra-
» vitation en une seconde, t le temps en secondes, alors, d'après les lois du
» mouvement accéléré,

$$\frac{(W+F)\times 2V}{gt}$$

» sera la force requise pour donner au piston la vitesse V dans le temps t;
» et, comme il faut une force égale à W + F pour contre-balancer la résis-
» tance au mouvement du piston, on aura

$$P = W + F + \frac{(W+F)2V}{gt}$$

» pour la pression effective sur le piston, nécessaire pour le mouvoir à la
» vitesse V. »

» Il résulte de ce passage, que l'auteur a énoncé avant moi que la pression de la vapeur dans le cylindre est la même que la résistance du piston; mais cependant il y a deux observations à faire ici.

» La première, c'est que l'auteur du passage ne l'entend pas comme moi, et ne reconnaît pas cette égalité d'une manière complète et absolue, comme je le fais, puisqu'il la corrige aussitôt en augmentant, comme on vient de le voir, la pression de la vapeur en sus de la résistance de la charge, d'une quantité exprimant la force nécessaire, selon lui, pour maintenir la vitesse du mouvement; et cette force, dont il donne l'expression algébrique, forme une addition considérable à la charge, car, dans les deux expériences que nous citerons dans un instant, il se trouve que, dans la première, la résistance de la charge est de 1 774 livres, et la force additionnelle dont il est question, de 129 livres qui en est $\frac{1}{13}$, et, dans la seconde expérience, la résistance de la charge est de 1 580 livres, et la force additionnelle de 375 livres, qui en est le quart. L'auteur ne reconnaît donc pas en réalité, et d'une manière absolue, comme moi, l'égalité entre la pression dans le cylindre et la résistance de la charge. Et la preuve en est encore que, d'après sa formule, il a, pour la pression effective dans le cylindre,

$$P = W + F + \frac{(W+F)2V}{gt},$$

tandis que, en admettant les mêmes notations, et dans le même cas, j'aurais seulement

$$P = W + F.$$

On remarquera même que, la modification que l'auteur fait ainsi subir à la pression dans le cylindre étant dépendante de la vitesse du mouvement, il s'ensuit qu'il lui est impossible de connaître la pression dans le cylindre, sans connaître préalablement la vitesse de la machine; tandis que dans ma manière d'envisager la question, la pression dans le cylindre, étant toujours strictement égale à la charge, se trouve, dans tous les cas, connue à priori, sans qu'il soit nécessaire d'y faire aucune addition variable ou non.

» La seconde observation que je dois consigner ici, c'est que l'auteur ne se sert de l'observation mentionnée plus haut, que pour calculer la vitesse du piston d'après la vitesse d'écoulement d'un gaz à la pression de la chaudière, dans un gaz à la pression de la résistance, comme le fait aussi Tredgold et d'autres auteurs anglais. Or, sur ce point, nous différons entièrement, car on trouvera dans ma théorie de la machine à vapeur (page 19) le passage suivant, relatif à cette méthode : « A l'égard des formules qu'on pourrait » tenter de déduire de considérations semblables à celles qui précèdent, » c'est-à-dire de l'écoulement d'un gaz à la pression de la chaudière, dans » un gaz à la pression de la résistance, nous devons dire ici, indépendam- » ment de tout autre motif, que la théorie de l'écoulement des gaz ne nous » paraît pas en ce moment assez avancée pour mener à un résultat certain à » cet égard. En effet, la théorie du mouvement des fluides suppose ce qu'on » appelle le parallélisme des tranches; pour la simplifier, on l'applique » ordinairement en considérant l'orifice du passage comme infiniment petit; » le coefficient de correction qu'on y emploie est celui que l'expérience a » indiqué pour les liquides, ou pour des différences de pression peu consi- » dérables dans les gaz; on ne peut pas y tenir compte d'une manière nette » de trois réductions de diamètre et de cinq coudes à angle droit, mais » arrondis, qui ont lieu dans le tuyau de conduite de la vapeur; on n'y peut » pas non plus faire entrer avec certitude le frottement de la vapeur, à une » grande vitesse, dans un tuyau étroit et d'une grande longueur; enfin on » calcule le plus souvent dans la supposition d'un fluide semblable à l'eau, » qui conserverait la même densité jusqu'à sa sortie du tuyau, tandis que » dans le tuyau de conduite de la vapeur la pression varie considérablement » dans toute son étendue, étant en équilibre à chacun de ses bouts avec la » chaudière, d'une part, et avec le cylindre, de l'autre. Ce calcul engage

» donc dans des difficultés en quelque sorte inextricables, sans compter
» qu'il suppose toujours la production de vapeur inépuisable dans la chau-
» dière, motif qui suffit à lui seul pour en démontrer l'inefficacité. »

» On voit par là, qu'outre la différence déjà signalée plus haut, je diffère encore ici avec l'auteur sur la manière dont j'applique l'observation elle-même, puisque Wood ne s'en sert que secondairement, pour calculer la vitesse du piston d'après un procédé que je regarde comme entièrement fautif; tandis que je l'emploie à calculer la vitesse du piston d'une manière directe, en formant, au moyen de ce principe, une première équation exprimant que la quantité de travail appliquée par la vapeur est égale à la quantité d'action produite par la résistance, et cette équation, rapprochée ensuite de celle dont il sera question un peu plus loin, relative à la dépense de vapeur, permet l'élimination des inconnues et donne enfin la valeur analytique de la vitesse.

» Le second passage que je dois citer (pages 344-349) consiste dans le calcul de deux expériences, dans lesquelles, la pression de la vapeur dans la chaudière d'une locomotive étant restée la même, les effets utiles de la machine se sont trouvés de 70 pour 100 de cette pression dans le premier cas, avec une vitesse du piston de 80 pieds par minute, et de 38.6 pour 100 dans le second, avec une vitesse de 165 pieds par minute. Il en résulte que Wood avait reconnu que l'effet utile de la machine diminue quand la vitesse augmente; mais je crois que ce fait était connu de tout le monde, puisque chacun savait alors que les locomotives ne pouvaient tirer le même nombre de wagons, à une grande vitesse qu'à une petite. Pour ma part, je m'en suis servi, ainsi que de plusieurs autres faits également connus, tels que l'augmentation de vaporisation de la chaudière avec l'augmentation de la charge de la machine, l'accroissement de dépense de combustible dans le même cas, l'établissement du mouvement uniforme avec les petites charges aussi bien qu'avec les grandes, etc. (voyez *Théorie de la Machine à vapeur*, pages 31-39), pour montrer que les effets journaliers des machines s'accordaient avec ma manière d'envisager leur théorie; mais je n'ai pas la plus petite prétention à avoir énoncé ces faits le premier.

» Je dois de plus ajouter ici que la théorie de la machine à vapeur, que j'ai exposée, ne repose en aucune manière sur ce qu'il se produirait une différence considérable de pression entre la chaudière et le cylindre. Elle dit simplement que la machine étant arrivée au mouvement uniforme, il y a nécessairement équilibre entre la puissance et la résistance, et par conséquent entre la pression de la vapeur dans le cylindre et la résistance de la charge contre le piston, ce qui est incontestable. Ainsi la pression dans le

cylindre se trouve fixée à priori. D'un autre côté, comme la pression dans la chaudière dépend de plusieurs causes simultanées, savoir, le poids de la soupape de sûreté, l'aire des passages d'écoulement, la masse de vapeur produite, et enfin la pression existant dans le cylindre en vertu de la charge, il s'ensuit que, dans certains cas, la pression dans le cylindre peut différer beaucoup de celle de la chaudière, et dans d'autres cas lui être presque égale. Mais la théorie en question ne suppose rien relativement à l'étendue de la différence qui se produit entre les deux pressions, et par conséquent ce ne serait ni en invalider l'exactitude, ni m'en retirer la priorité, que de vouloir démontrer, soit que la différence de pression serait généralement très-petite, soit, au contraire, qu'une différence considérable à cet égard aurait déjà été reconnue, ou aurait été facile à reconnaître, au moyen de l'indicateur ou d'autres procédés. Ce serait bien se tromper sur cette théorie que de vouloir la réduire à ces observations, ou à d'autres semblables, sur lesquelles la discussion ne s'est établie dans le temps que parce que je m'en suis servi pour combattre les arguments qui m'étaient opposés. Il est évident que le point important réside, non pas dans ces questions secondaires, mais dans l'établissement précis des équations analytiques, au moyen desquelles on parvient à résoudre des problèmes non résolus auparavant, et à fixer les conditions les plus avantageuses au travail des machines.

» Enfin le troisième passage de Wood, que je dois mentionner, est le suivant (page 344) : « Deux causes concourent donc à limiter la vitesse du » piston dans ces machines (les locomotives), savoir, l'intensité de la pression » requise pour agir sur le piston, comparée à la densité de la vapeur dans » la chaudière; et la quantité de vapeur que la chaudière peut produire » d'une manière constante; et toutes deux concourent à amener la machine » à un état de vitesse uniforme. » Et page 350 : « Le travail de ces machines » dépend par conséquent entièrement de la quantité d'eau qui peut être » transformée en vapeur au degré d'élasticité nécessaire, dans un temps » donné; et il est inutile d'augmenter la grandeur du cylindre, si l'on n'augmente d'une manière correspondante la force de la chaudière, de manière » à produire la quantité nécessaire de vapeur. La quantité d'eau, ou le poids » de vapeur, qui peut être vaporisé dans un temps donné, fera connaître par » conséquent la vraie mesure de l'effet; et ayant une fois reconnu, dans une » machine donnée, la plus grande quantité de vapeur qui peut être formée » par minute, nous pouvons calculer l'effet qui sera produit. Celui-ci sera

$$R = 4\sqrt{l\frac{P}{W}},$$

» où R exprime la vitesse du piston par minute, l la longueur de la course, » P la pression agissant contre le piston, en sus de ce qu'il faut pour contre- » balancer W, et W étant la résistance agissant contre le libre mouvement » du piston. »

» L'auteur reconnaissait donc que l'effet de la machine dépend de sa vaporisation; mais on voit que quoiqu'il annonce cette influence, il n'en fait aucun usage, puisque immédiatement après, il donne sa formule pour avoir la vitesse, et que cette formule est *absolument indépendante de la vaporisation*, et n'est autre chose enfin qu'une déduction de la formule générale de l'écoulement des gaz. J'ai, moi-même, cité cet essai de Wood (page 21 de ma *Théorie de la Machine à vapeur*), en y ajoutant les réflexions suivantes : « L'auteur dit que cette formule donnera la vitesse du piston. Mais comme il » n'y est fait aucune mention, ni du diamètre du cylindre, ni de la quantité » de vapeur que fournit la chaudière par minute, il est clair qu'elle ne sau- » rait donner la vitesse cherchée, car si elle pouvait être exacte, la vitesse » d'une machine serait la même avec un cylindre de 4 pieds qu'avec un » cylindre de 1 pied de diamètre, quoique le premier dépense seize » fois autant de vapeur que le second. La surface de chauffe, ou la vapori- » sation de la chaudière, serait également indifférente : une machine n'irait » pas plus vite avec une chaudière qui vaporiserait 1 pied cube » d'eau par minute, qu'avec une chaudière qui n'en vaporiserait que le quart » ou le vingtième. Ainsi cette formule est sans fondement. »

» Il est nécessaire d'ajouter ici que Girard (page 75 de l'introduction de sa traduction du Mémoire allemand de M. de Gerstner sur les grandes routes) cite le passage de Wood dont il vient d'être question, et l'explique en disant : « Le poids de vapeur qui pendant l'unité de temps passe de la » chaudière dans le cylindre, est la véritable force motrice du piston, et » cette force, multipliée par la durée de son action, est égale à l'effet utile » qu'elle engendre, c'est-à-dire au produit du fardeau transporté par le che- » min qu'il parcourt. » Il est évident que ce passage est trop vague, et de plus trop inexact, pour pouvoir être mis en application. Si l'on suppose, par exemple, une locomotive vaporisant 60 livres d'eau par minute, et prenant une vitesse de 300 pieds par minute, pour le piston, sous une charge de 30 livres par pouce carré ou de 4 320 livres par pied carré sur le piston, on trouvera que le produit du poids de l'eau par le temps est 60 livres par minute, et que le produit de la charge par le chemin parcouru est 1,296,000 livres élevées à 1 pied par minute. Il est donc impossible d'établir l'égalité annoncée. Si, d'autre part, au lieu de prendre le poids d'eau lui-même pour

la force appliquée, on comprend que c'est la force résultante de ce poids d'eau transformé en vapeur qu'il faut prendre, alors on tombe dans une nouvelle difficulté, qui est de déterminer cette force, puisqu'elle varie selon la densité de la vapeur formée; et de plus, comme cette force élastique est indépendante du poids d'eau changé en vapeur, il s'ensuit que si l'on remplace le poids d'eau par une supposition quelconque sur l'intensité de la force élastique, on cesse de tenir compte de la vaporisation, qui était le but proposé. D'ailleurs il est évident, à priori, que le principe lui-même est inexact, et ne pourrait être transformé en équation, car il est impossible qu'une force multipliée par un temps puisse être égale à une force multipliée par un espace, puisque les deux produits sont de nature différente ou non homogènes, l'un étant une force et l'autre un effet utile. L'énoncé de Girard est donc inapplicable. Aussi n'est-ce pas par cette méthode que j'ai introduit la vaporisation dans les équations du travail des machines, mais simplement en exprimant que la vaporisation de la chaudière est égale à la dépense du cylindre, comme on va le voir dans un instant.

» L'observation de Wood, citée plus haut, ainsi que l'explication qu'en a donnée Girard, se réduisent donc à reconnaître que l'effet de la machine dépend essentiellement de la vaporisation de la chaudière, mais sans fournir le moyen d'introduire cette circonstance dans le calcul. Je diffère par conséquent avec eux sous ce rapport, car j'introduis d'une manière directe cet élément dans le calcul, pour en déduire l'expression analytique des divers effets de machines. Après avoir obtenu la première équation déjà signalée, et relative au travail de la puissance et de la résistance dans la machine, j'en établis une seconde, en exprimant, comme on vient de le dire, que la dépense d'eau de la chaudière est égale à la consommation du cylindre. Puis, éliminant entre ces deux équations, j'en conclus la vitesse et toutes les autres indéterminées du problème, sous une forme totalement différente de la formule indiquée par Wood. Ensuite, ayant formé, au moyen des mêmes équations, l'expression de l'effet utile de la machine, j'en déduis par la différenciation, la condition d'où résulte son maximum d'effet, avec une détente donnée; et enfin, en faisant varier la détente elle-même, j'arrive à la connaissance de la détente la plus avantageuse et des circonstances propres à faire produire à la machine son maximum absolu d'effet utile. On voit donc que, à cet égard, il n'y a aucune ressemblance entre la manière de procéder de Wood et la mienne.

» Sous ce rapport, M. Navier avait bien dépassé Wood, car, dans le premier Mémoire inséré par lui, sur les machines locomotives, dans les

Annales des Ponts et Chaussées pour 1835, on trouve qu'il avait cherché à introduire la vaporisation dans ses formules : c'était donc un pas de plus. Cependant, comme son mode de calcul lui parut fautif, dans un second Mémoire sur le même sujet, inséré dans le même Recueil pour 1836, il retira ses formules pour leur substituer celles qui venaient alors d'être publiées dans mon *Traité des Locomotives*, en reconnaissant positivement que la priorité m'appartenait à cet égard.

» Du reste, la même circonstance s'est présentée avec M. Wood. Dans la troisième édition (1838) de son ouvrage sur les chemins de fer, cet auteur avait inséré, en donnant mon nom, toutes mes expériences sur le frottement des wagons, sur le frottement des machines isolées, sur celui des machines chargées, sur la vaporisation des chaudières, sur la consommation de combustible, sur la charge et la vitesse des machines ; et, de plus, il avait inséré (pages 555-577), sans donner mon nom, la théorie que j'avais publiée dans mon *Traité des Locomotives*. Je crus, en conséquence, devoir lui écrire pour le prier de réparer cet oubli, et dans sa lettre il reconnaît me devoir entièrement cette théorie, et m'envoie plusieurs exemplaires d'une Note qu'il a fait placer, à ce sujet, en tête de son ouvrage, et que je dépose sur le bureau. Cette Note est ainsi conçue : « Je dois reconnaître les importants secours que » j'ai tirés de l'ouvrage de M. de Pambour, publié par M. Weale en 1836, » ce que j'ai oublié de citer dans l'introduction à cette édition, particulière» ment la base de la théorie donnée de la page 555 à la page 577, qui a » été tirée de cet ouvrage. »

» Ces détails m'ont paru nécessaires pour qu'on ne crût pas que j'ai emprunté, d'un auteur, des idées qu'il reconnaît au contraire avoir empruntées de moi. »

PHYSIQUE. — *Sur les modifications au thermomètre et à sa graduation proposées par* M. Person, *et sur le thermomètre hypsométrique de* M. Walferdin; Note de M. **Walferdin**.

« Dans une des dernières séances de l'Académie, M. Person a proposé de donner au thermomètre plus de sensibilité, en pratiquant, entre les deux points fixes de zéro et 100 degrés, *un réservoir intermédiaire qui loge la dilatation du mercure pour les températures qu'on n'a pas besoin de connaître*, et de le faire servir ainsi à la détermination des hauteurs.

» Sans attacher plus d'importance qu'elle n'en mérite à une priorité qu'il me serait facile de constater, je crois devoir, pour éviter tout reproche d'em-

prunt, faire connaître à l'Académie que j'ai depuis longtemps appliqué ce procédé à la construction du thermomètre destiné à la mesure des hauteurs. La figure de cet instrument a été reproduite dans plusieurs publications bien connues (1).

» Depuis qu'il a été reconnu qu'il suffisait que le thermomètre à mercure fût exposé à la température de l'eau bouillante pour que son zéro se déplaçât, j'avais senti la nécessité de donner au thermomètre qui doit avoir une assez grande marche pour être employé avec succès à la mesure des hauteurs, ses deux points fixes, afin de pouvoir en vérifier le zéro à volonté, et de remédier ainsi à l'insuffisance de l'instrument proposé, il y a vingt-cinq ans, par Francis Wollaston, qui ne porte, ainsi que le fait observer M. Person, que le point d'ébullition de l'eau.

» Le thermomètre *hypsométrique* que je mets sous les yeux de l'Académie réunit ces conditions : une chambre allongée sépare, comme on le voit, la tige en deux parties qui ont chacune une échelle différente gravée sur la tige même; et l'échelle inférieure donne le moyen de vérifier la quantité dont le zéro se déplace après l'ébullition, et d'en faire la correction.

» Le mercure dilaté depuis le point où cessent les divisions de l'échelle inférieure est contenu dans la chambre intermédiaire, et n'en sort que vers 95 degrés centigrades, pour entrer dans la tige supérieure qui ne porte que 5 degrés. Cette seconde échelle a 108 millimètres de longueur; ainsi le degré égale $21^{mm},6$ que l'on sous-divise facilement, de manière à avoir des centièmes de degré, et l'instrument peut servir à déterminer jusqu'à 1 500 mètres de hauteur au-dessus du niveau de la mer.

» La lecture s'en fait d'ailleurs, à l'œil nu ou à la loupe, et sans qu'on ait besoin de recourir à l'emploi d'un vernier, et des échelles rapportées dont on connaît les inconvénients.

» Quoique dans toute sa longueur il n'ait pas 2 décimètres, il offre, à très-peu de différence près, la même sensibilité que le baromètre, et ne présente aucun des inconvénients auxquels donne lieu le transport de ce dernier instrument.

» Je l'ai soumis, à cet égard, à une épreuve décisive, en le portant constamment sur moi depuis cinq années, sans qu'il ait éprouvé le moindre

(1) *Bulletin de la Société géologique de France* du 20 décembre 1841, t. XIII, p. 124.— *Résumé du cours de physique de l'École Polytechnique*, tableau n° 2, par M. Cabart, faisant partie de la *Collection des Tableaux polytechniques* publiée sous la direction de M. Auguste Blum

dérangement par suite des chocs, du transport, et des diverses positions que je lui ai données.

» On conçoit facilement que l'échelle supérieure pourrait, sans excéder la longueur d'un thermomètre ordinaire, et en réduisant la chambre intermédiaire aux proportions convenables, avoir 1 ou 2 décimètres de plus, et l'instrument servirait de la sorte à apprécier les plus grandes hauteurs de montagnes.

» J'ai remarqué qu'il importait que la chambre intermédiaire fût en forme d'olive très-allongée à ses extrémités : si elle est simplement ovoïde, il arrive quelquefois qu'il reste dans la chambre intermédiaire un espace vide que le mercure dilaté ne remplit pas, et cela peut donner lieu à des erreurs graves.

» Enfin la partie supérieure de la tige est terminée par une autre petite chambre effilée à son extrémité inférieure, afin de rendre ainsi l'instrument *métastatique*, c'est-à-dire de pouvoir changer le niveau du mercure à volonté et faire servir, à l'occasion, le même instrument à des déterminations de hauteurs de plus en plus considérables.

» Ce procédé n'a pas les inconvénients que présente, sous ce rapport, le thermomètre de F. Wollaston, dont la tige, coupée *net* à son extrémité supérieure, ne permet plus au mercure d'y rentrer une fois qu'on l'en a fait sortir.

» Dans des expériences (1) faites avec M. Babinet et plusieurs des personnes qui suivaient, en 1840, le cours de physique du Collége de France, pour déterminer barométriquement la hauteur de Meudon, un de ces instruments, à plus grande marche que celui que je viens de décrire, a donné, pour une hauteur de 128 mètres, une différence de 23 millimètres ou 53 divisions, lorsque le baromètre n'accusait que 11 millimètres.

» Il a donc été reconnu qu'il était ainsi possible d'obtenir, par le procédé hypsothermométrique, une fois plus de sensibilité que n'en présente le baromètre.

» J'ajouterai, toutefois, que, dans ce cas, l'expérience est très-délicate; qu'elle demande des soins minutieux, et que la colonne de mercure que l'on voit facilement se maintenir stationnaire, au point d'ébullition, dans les thermomètres ordinaires, oscille presque constamment dans ceux qui ont une aussi grande marche.

---

(1) *Voir* l'*Écho du Monde savant* du 3 juin 1840, n° 544.

» En rappelant que les physiciens ont, à plusieurs reprises, fait des tentatives pour remplacer le baromètre par le thermomètre, M. Person signale l'instrument proposé par F. Wollaston, *sans remonter,* dit-il, *au thermomètre barométrique de Fahrenheit.*

» Je viens de recourir à l'instrument proposé par le physicien de Dantzick, en 1724 (1), et je n'ai pas vu sans surprise que, bien que de son temps, le déplacement du zéro ne fût point connu, il avait aussi pratiqué une chambre intermédiaire, et qu'ainsi l'instrument portait ses deux points fixes, quoique ce ne fût point alors jugé nécessaire.

» A la vérité, Fahrenheit, en proposant cette modification, a eu surtout en vue d'obtenir, avec le même instrument, l'indication de la température de l'eau bouillante, et celle de la température de l'air qui est nécessaire pour compléter l'expérience; car c'est cette dernière destination seulement qu'il donnait à son échelle inférieure.

» Du reste, l'instrument était muni d'échelles rapportées, et ne présentait point assez de perfection pour être employé avec succès à des déterminations précises de hauteur (2).

» Quant au moyen de corriger les influences des ménisques qui terminent les colonnes de mercure dans les tubes qui ont plus d'un demi-millimètre de diamètre, et au procédé de jaugeage qu'a proposés M. Person, et qui l'ont conduit à *préférer les tubes décidément coniques aux tubes qui paraissent cylindriques,* je ferai remarquer :

» 1°. Que comme il est indispensable, hors un très-petit nombre de cas, de se servir de tubes ayant moins d'un demi-millimètre de diamètre intérieur, pour construire des thermomètres de précision, afin que les réservoirs ou cuvettes aient peu de volume, les variations des ménisques sont alors, ainsi qu'on peut s'en assurer en examinant l'instrument mis sous les yeux de l'Académie, tout à fait inappréciables, même avec la loupe qui donne le plus fort grossissement;

» 2°. Que, d'ailleurs, quel que soit le procédé qu'on emploie, le calibrage des tubes, lorsqu'ils ont plus d'un demi-millimètre de diamètre, donne lieu à des erreurs encore plus importantes que celles qui proviennent de l'influence des ménisques;

---

(1) *Barometri novi descriptio.* Transact. philosoph., t. XXXIII, p. 179, ann. 1724.

(2) J'ai également construit, avec M. Babinet, qui en avait eu aussi l'idée de son côté, d'autres thermomètres à chambres, pour obtenir, avec les points de zéro et 100 degrés, d'autres points intermédiaires, ainsi que l'a proposé M. Person, pour les températures atmosphériques.

» 3°. Que, bien que je n'aie jamais trouvé un tube de plus de 2 décimètres qui fût parfaitement cylindrique, ceux dont la cylindricité offre le moins d'imperfection me paraissent préférables, en tout point, aux tubes coniques, en ayant soin, comme cela se fait aujourd'hui pour les instruments employés dans les recherches de précision, de faire courir sur chaque point de la tige une colonne de mercure de 15 à 18 millimètres, dont on partage la longueur en divisions de capacité suffisamment égale, de manière à pouvoir établir des échelles arbitraires, que l'on corrige ensuite lorsqu'il y a lieu. »

Cette Note est renvoyée à la Commission nommée pour examiner le travail de M. *Person*.

MÉTÉOROLOGIE. — *Détail des circonstances qui ont précédé et accompagné la chute de la foudre sur la ville de Fougères (Ille-et-Vilaine) le* 9 *septembre* 1843; Lettre de M. BLONDEAU DE CAROLLES.

« J'ai eu l'occasion, pendant le cours d'un voyage entrepris sur les côtes de Bretagne et de Normandie, d'assister à la formation d'un orage qui, en éclatant un peu plus tard sur la ville de Fougères (Ille-et-Vilaine), a donné naissance à divers phénomènes qui me paraissent de nature à présenter de l'intérêt à ceux qui s'occupent d'électricité atmosphérique; et ce qui me détermine à venir ajouter une observation aux nombreuses observations qui ont déjà été faites sur un phénomène malheureusement trop fréquent, c'est que le coup de foudre dont je parle semble, par la variété des effets qu'il a produits, résumer tous ceux que l'on a observés jusqu'ici, et, en outre, c'est que j'ai visité avec soin les lieux qui ont été atteints, et que j'ai pu recueillir de la bouche de nombreux témoins oculaires les détails les plus minutieux sur les diverses circonstances qui ont accompagné l'apparition de ce terrible météore.

» Le samedi 9 septembre 1843, je me trouvais à Granville: la journée y avait été des plus chaudes, et un calme plat régnait sur toute l'étendue de la mer. Vers les quatre heures du soir, le soleil, qui jusqu'à cet instant avait brillé du plus vif éclat, commença à s'obscurcir. Les nuages qui voilaient son éclat paraissaient se former au sein même de l'Océan, car les rayons de cet astre, s'échappant au travers des nuées, éclairaient une colonne de vapeur qui, d'un côté, reposait sur la mer, et, de l'autre, s'élevait jusque dans la région des orages. Peu à peu les nuages, en se réunissant, couvrirent la côte de Bretagne d'une bande obscure d'où s'échappaient, à de courts intervalles,

de larges sillons de feu. Les éclairs qui entr'ouvraient la nue n'étaient accompagnés d'aucun bruit, ils ne décrivaient pas de lignes en zigzag, c'étaient des jets lumineux qui disparaissaient presque instantanément après avoir jeté une lueur blafarde sur toute l'étendue de la côte. Vers huit heures du soir, le ciel présentait l'aspect le plus effrayant; la nature semblait à cet instant attendre l'issue d'une grande crise : un navire qui pendant toute la journée avait cherché à mettre à la voile, et qui, faute de vent, avait jeté l'ancre à quelques encâblures de la jetée, crut prudent de rentrer au port pour y chercher un refuge contre l'ouragan qui ne devait pas tarder à éclater ; et cependant quelques instants plus tard l'orage s'était complétement dissipé : on apercevait encore quelques éclairs semblables à ceux que l'on observe à la suite d'un jour chaud; mais si l'on n'avait pas remarqué un abaissement brusque dans la température et la chute d'une pluie fine, c'est à peine si l'on eût soupçonné l'existence d'un orage qui, à quelques lieues du point où il s'était formé, se présentait avec tous les caractères d'un des ouragans les plus violents qui fondent sur nos contrées.

» Si les côtes de la Normandie se trouvèrent pour cette fois à l'abri des effets de la foudre, il n'en fut point ainsi des côtes de la Bretagne. Les nuages orageux qui s'étendaient du côté de Dol et de Saint-Malo portèrent la désolation dans les localités au-dessus desquelles ils passèrent. C'est ainsi qu'à Saint-Brieuc la foudre tomba trois fois dans un espace peu étendu; qu'à Romagné, près Fougères, elle fendit un arbre dans toute sa longueur; qu'à Épinay, en Champaux, qu'à la Barbotais, en Szé, elle frappa des moulins à vent dans lesquels elle occasionna des dégâts considérables : mais c'est en tombant sur la caserne de la ville de Fougères qu'elle a produit des effets tellement remarquables, qu'il faudrait recourir aux narrations les plus diverses pour parvenir à rassembler les particularités qu'a offertes à l'observation le coup de foudre qui a atteint cette dernière localité.

» Tandis que l'orage vu de Granville, à la distance de 25 kilomètres de la côte de Bretagne, ne paraissait produire que des éclairs de chaleur, vu de Fougères il se présentait sous un aspect tout différent. Vers les huit heures du soir on entendait de cette dernière ville la foudre gronder dans le lointain; les nuages orageux s'amoncelaient de plus en plus sur la ville, et le bruit du tonnerre, en augmentant d'intensité, annonçait l'approche de l'orage. Une heure ne s'était pas écoulée que la foudre éclatait dans toute sa force, et trois coups secs et d'une violence remarquable qui se succédèrent à peu d'intervalle, jetèrent l'épouvante parmi les habitants, qui ne doutèrent pas un seul instant que le tonnerre ne fût tombé sur la ville.

» La foudre avait, en effet, frappé la partie supérieure d'un pavillon situé à l'extrémité sud-est de la caserne, lequel est recouvert d'un toit en ardoise terminé en forme de pyramide. Cette partie de l'édifice servait autrefois de chapelle au couvent des Urbanistes, et elle domine les constructions environnantes; elle était d'ailleurs surmontée d'une girouette tournant autour d'une tige en fer. La girouette n'a éprouvé aucun déplacement : la tige qui la supportait et qui se trouvait fixée dans la partie supérieure de la charpente n'a point été dérangée de sa position verticale, elle n'a été ni contournée, ni fondue, ni rendue magnétique.

» Après avoir, selon toute apparence, glissé le long de la tige métallique, le fluide s'est divisé en deux courants d'intensité à peu près égale, à en juger par les dégâts qu'ils ont occasionnés, en suivant les deux arêtes du toit sur lequel ils se sont précipités. Un de ces courants, après avoir labouré la toiture du côté extérieur du bâtiment, dans l'espace de 5 mètres environ, a pénétré dans l'intérieur du bâtiment, où il a fracturé plusieurs fortes solives qui se sont trouvées sur son passage, et il paraît s'être perdu sans avoir occasionné aucun accident, sans avoir laissé de traces du chemin qu'il a suivi pour parvenir au sol, et, chose digne de remarque, sans avoir enflammé ou même charbonné les poutres sèches qu'il a réduites en fragments.

» Quant au second courant, à celui qui s'est propagé le long de l'arête intérieure, après avoir enlevé un nombre considérable d'ardoises dans une longueur de 6 mètres environ, il a traversé la toiture, et, après avoir aussi brisé en éclats les poutres qui formaient la charpente, il a traversé plusieurs murs assez épais avant d'atteindre une chambrée occupée par une quarantaine de soldats du train d'artillerie, qui, à cet instant, se disposaient à se mettre au lit. Ces militaires ont aperçu un globe de feu qui, pendant quelques secondes, a illuminé leur chambre, et qui a disparu sans avoir exercé aucune action sur les hommes qui s'y trouvaient, dont un seul, le brigadier, qui était le plus rapproché du point où le globe lumineux avait apparu, a ressenti une vive commotion.

» Pendant le trajet de ce météore igné dans cette chambre, plusieurs circonstances dignes d'intérêt ont été observées par les militaires, qui, tous interrogés séparément, se sont généralement accordés sur le détail des faits qui sont venus si inopinément frapper leur attention.

» D'après un, le fluide, après avoir pénétré dans leur chambre, a décrit une ligne brisée le long d'un mur dont il a détruit une partie de l'enduit, et dans ce trajet, ayant rencontré des brides suspendues à des montants en bois, il a fondu les mors au point de les souder ensemble, sans avoir nullement

endommagé le cuir. Un sabre, qui se trouvait déposé dans un angle, a eu une partie de sa poignée fondue, et, ce qui est le plus digne de remarque, c'est que le fluide, après s'être précipité sur le plancher, sur lequel il a laissé une empreinte assez profonde, est passé au milieu de deux rangées de lits en fer, sans se porter sur le métal, comme la théorie indiquait qu'il eût dû le faire. Une forte odeur sulfureuse s'est fait sentir dans toute la pièce, et quelques-uns des soldats qui cherchaient à fuir pour éviter l'asphyxie dont ils étaient menacés, ont remarqué que le plancher était tellement chaud, qu'ils avaient de la peine à y reposer la plante de leurs pieds.

» Arrivée à l'extrémité de la chambre, la foudre était loin d'avoir produit tous ses effets : jusque-là, elle s'était bornée à étonner les témoins de ce singulier phénomène; elle devait, en continuant sa route, jeter sur son passage la mort et l'effroi.

» A l'extrémité opposée de la salle, le météore a disparu pour pénétrer dans une écurie située immédiatement au-dessous, et où se trouvaient réunis à un même râtelier treize chevaux blancs, faisant partie des équipages du train d'artillerie : huit ont été frappés simultanément, et le soldat de garde les a vus tous tomber sur le flanc droit; et, suivant le rapport de ce dernier, la foudre, sous forme d'une traînée de feu, a été en atteindre un neuvième dans une écurie séparée de la première, et où il se trouvait couché au milieu de plusieurs autres qui n'ont éprouvé aucun mal. Il paraît que la foudre a suivi, sans toutefois laisser de traces de son passage, une bande de fer placée le long de la mangeoire à laquelle les chevaux se trouvaient attachés, et il est permis de croire que les chevaux atteints sont ceux qui avaient à cet instant la tête en contact avec le conducteur du fluide.

» Là ne s'est pas borné l'effet destructeur du fluide électrique; en revenant sur ses pas, il a mis le feu à la litière des chevaux qu'il avait foudroyés, et a jeté du même coup le désordre au milieu des quadrupèdes renfermés dans le quartier de cavalerie, et l'effroi dans la population, qui n'a pas tardé à apprendre que le tonnerre venait de mettre le feu à la caserne.

» On est heureusement parvenu à éteindre l'incendie, que l'on craignait de voir se propager au milieu de matériaux combustibles, et aussitôt que l'on eut réparé le désordre occasionné par un événement aussi extraordinaire, les vétérinaires du détachement s'empressèrent de prodiguer leurs soins aux chevaux atteints par la foudre. Sur neuf de ces animaux, un seul a pu être rappelé à la vie; c'était le plus éloigné du point où l'électricité avait commencé à exercer son action destructive; c'était, en un mot, le dernier des treize chevaux attachés au même râtelier. Cet animal avait été frappé

à la tête : l'œil gauche était fortement tuméfié, les cils brûlés et le dessus de la paupière entièrement dénudé des poils qui le recouvrent ; il avait en outre, à la partie inférieure de la mâchoire, une incision que l'on eût dit pratiquée avec un instrument tranchant. Ce cheval, que l'on est parvenu à sauver, avait été renversé sur le flanc comme les autres, et il présentait en outre des lésions extérieures, circonstances que n'offraient pas ceux qui sont tombés roides sur le coup.

» On a procédé immédiatement à l'autopsie des chevaux sur lesquels les soins avaient été infructueux, et la nécroscopie a démontré que c'était particulièrement dans la tête que s'observaient les phénomènes pathologiques.

» Voici, du reste, le rapport d'autopsie tel qu'il m'a été remis par MM. les vétérinaires Marcus et Claudon, anciens élèves de l'École d'Alfort :

« Veines sous-cutanées très-apparentes ; muqueuses pâles, tissus flasques.
» Tissu cellulaire rouge et injecté ; tissu musculaire plus ferme qu'à l'état
» normal. Veines gorgées d'un sang noir et poisseux ; artères vides ; vais-
» seaux propres du système circulatoire (*vasa vasorum*) apercevables à
» l'œil nu.

» *Cavité crânienne.* — Sinus veineux de la dure-mère congestionnés ;
» veines de la pie-mère injectées. La substance cérébrale présente la même
» consistance et le même aspect physique qu'à l'état normal ; le liquide des
» ventricules est en petite quantité, le plexus choroïde noirâtre, les enve-
» loppes de la moelle épinière sont gorgées de sang.

» *Cavité thoracique.* — Les poumons ne se sont point affaissés à l'instant
» de l'ouverture des chevaux : ces organes ont conservé leur consistance,
» leur couleur et leur densité naturelles ; les bronches et la trachée contien-
» nent une petite quantité d'un liquide spumeux et blanchâtre ; la muqueuse
» trachéale est rouge, le larynx présente des altérations profondes ; la mu-
» queuse de l'épiglotte, de la glotte et du repli formant les cordes vocales,
» est épaissie par un abord considérable de sang dans les vaisseaux qui
» traversent cette membrane, dont l'aspect est livide et granuleux : une
» ligne de démarcation bien tranchée existe entre la muqueuse du larynx
» et de la trachée, cette dernière étant beaucoup moins rouge, et ceci à
» partir du premier cerceau trachéal. Les sinus veineux de la pituitaire sont
» remplis de sang : cette membrane est également d'un rouge foncé. Les
» cartilages du larynx, tissus d'une organisation peu vasculaire, présentent
» une injection remarquable de leurs vaisseaux.

» Les cavités droites du cœur renferment une grande quantité de sang noir
» non coagulé ; les cavités gauches sont vides.

» *Organes digestifs.* — La muqueuse buccale est d'une pâleur extrême; le » pharynx offre les mêmes lésions que le larynx. Une ligne de démarcation » existe également à l'entrée de l'œsophage; dans cet endroit la muqueuse » redevient pâle comme la buccale, et présente les mêmes caractères dans » toute la longueur du tube digestif. Les glandes salivaires sont tuméfiées et » de la couleur du tissu musculaire. (Cette altération explique l'abondance » de la salivation qui s'effectue chez l'animal qui a survécu.) Les viscères » abdominaux sont intacts. »

» L'autopsie de quelques-uns de ces chevaux, effectuée quatorze heures après la mort par ces mêmes vétérinaires, a laissé voir les mêmes circonstances pathologiques; en outre, ces animaux étaient considérablement ballonnés, effet dû à la décomposition rapide du sang sous l'influence de la chaleur et de l'électricité.

» On a pu extraire des veines de ces chevaux foudroyés une quantité de sang liquide très-considérable, qui ne s'est point coagulé par un séjour prolongé au contact de l'air.

» D'après l'examen de ces diverses particularités, on a dû en conclure que ces animaux sont morts par suite d'une *décomposition instantanée du sang, produite par le fluide électrique, et non d'une asphyxie, comme on l'admet généralement.*

» Les faits les plus saillants qui ressortent des diverses circonstances que je viens de relater peuvent se résumer de la manière suivante :

» 1°. Formation d'un orage au-dessus de la mer, lequel a donné naissance à des explosions de la foudre, qui, vues d'un point déterminé, ne paraissaient être que des éclairs de chaleur, tandis qu'au contraire, à une faible distance, ils portaient avec eux la mort et la désolation. Ce fait viendrait à l'appui de l'opinion des physiciens qui pensent que les éclairs de chaleur indiquent toujours la présence d'un orage en quelque point du globe.

» 2°. Bifurcation de la foudre au moment de sa chute. Ce fait ne paraît pas avoir été observé précédemment.

» 3°. Inflammation des matières combustibles par la foudre, non pas immédiatement après sa chute, mais bien après avoir parcouru une étendue fort considérable. Ce fait viendrait à l'appui de l'opinion qui consiste à admettre que la vitesse de la foudre aussitôt après sa chute est si grande, qu'elle ne saurait enflammer les matières qu'elle rencontre, et qu'il faut, pour qu'elle puisse produire cet effet, que sa vitesse se soit ralentie.

» 4°. Fusion des métaux en des points déterminés : toutes les boucles de cuivre étaient fondues aux angles. Le fer était rendu caverneux; sa couleur

était jaune aux environs des points de fusion, ce qui provenait du transport du métal électro-négatif sur le métal électro-positif. Il serait nécessaire d'une analyse exacte pour constater la modification que le fer a éprouvée dans sa constitution.

» 5°. Action à la fois directe et par influence du fluide électrique sur les animaux qui ont été foudroyés. L'action par influence paraît être plus redoutable que l'action directe, car les animaux qui ont ressenti la première sont morts le sang décomposé et rendu incoagulable; celui au contraire qui a été grièvement blessé à la tête, a survécu au choc.

» 6°. Apparition de la foudre sous forme d'un globe lumineux répandant à sa suite une odeur sulfureuse des plus intenses, et donnant naissance à des effets physiques, mécaniques et physiologiques. »

PHOTOGRAPHIE. — *De l'emploi de l'acide chloreux comme substance accélératrice; par* M. **Belfield-Lefèvre.** (Extrait par l'auteur.)

« Lorsque l'on expose la couche iodurée qui doit recevoir l'image de la chambre noire à l'action du gaz acide chloreux pur, celui-ci est absorbé, et la sensibilité de la couche iodurée s'en accroît dans la proportion de 1 à 180 environ.

» Pour obtenir cette sensibilité extrême, qui est un maximum, il suffit que la couche iodurée soit soumise pendant 90 secondes à l'action d'une atmosphère contenant 2 millièmes de son volume de gaz acide chloreux. Une exposition plus prolongée à une atmosphère plus chargée de vapeur chloreuse n'accroît plus la sensibilité de la couche impressionnable, mais elle n'entraîne non plus aucun de ces accidents fâcheux qui résultent d'ordinaire de faibles excès dans les dosages des substances accélératrices.

» La sensibilité de la couche iodurée saturée de gaz acide chloreux nous a toujours paru parfaitement constante. Nous osons donc espérer que la photométrie pourra compter un nouveau moyen de mesurer l'action chimique des radiations lumineuses.

» L'emploi de l'acide chloreux en photographie a en outre cet avantage bien remarquable, qu'il ne permet pas cette réduction complète de l'iodure d'argent d'où résulte la coloration en bleu. Les épreuves *passent*, mais elles ne *brûlent* pas. En d'autres termes, la réduction s'arrête, pour les grandes lumières, aussitôt que celles-ci ont acquis leur pleine valeur; mais si l'exposition à la chambre noire est prolongée au delà de ce terme, la réduction

continuera de s'effectuer dans les demi-teintes et dans les noirs jusqu'à ce que l'image soit entièrement nivelée.

» Ces modes d'agir de l'acide chloreux nous paraissent faciles à expliquer.

» Absorbé dans l'obscurité par la couche impressionnable, que nous savons être composée de carbure d'hydrogène et d'iodure d'argent, le gaz acide chloreux pur ne peut réagir directement ni sur l'un ni sur l'autre de ces deux éléments distincts. On conçoit, dès lors, que la couche iodurée puisse être exposée à un excès de gaz acide chloreux, sans que l'on ait à redouter les accidents que détermine l'excès de chlore ou de brome libres, et qui tiennent à ce que ces substances, employées pures, réagissent sur le carbure d'hydrogène pour former des hydracides, et sur l'iodure d'argent pour former des chlorures et des bromures. La substitution d'une combinaison oxygénée de chlore au chlore lui-même permettra donc toujours d'atteindre au *maximum* de sensibilité de la couche impressionnable, et ce *maximum* sera une quantité à peu près constante.

» Soumis à l'action de la lumière, l'acide chloreux et le carbure d'hydrogène réagissent l'un sur l'autre par voie de double décomposition. Le chlore de l'acide brûle tout l'hydrogène du carbure pour former de l'acide chlorhydrique, et l'oxygène brûle une portion du carbone, tandis que le résidu du carbone forme un carbure d'iode aux dépens de l'iodure d'argent réduit. Le point de départ du phénomène est donc la tendance de l'acide chloreux à se décomposer en présence d'un carbure d'hydrogène et sous l'influence de la lumière solaire : le résultat définitif, c'est la réduction de l'iodure d'argent, à l'aide du carbone naissant. La rapidité extrême avec laquelle l'image se forme nous paraît ainsi suffisamment expliquée.

» Pour que le résultat soit atteint avec certitude, il faut et il suffit que la quantité de chlore absorbée puisse brûler tout l'hydrogène du carbure. Un excès réagirait, sous l'influence de la lumière, sur l'iodure d'argent, et cet excès se traduit sur l'épreuve par une tache blanche, nacrée, chatoyante et limitée par les lignes mêmes de l'image.

» Nous avons avancé que dans la formation de l'image daguerrienne, il y avait à la fois oxydation ou résinification de la couche organique superficielle, et réduction de la couche profonde. En substituant au chlore ou au brome une de leurs combinaisons oxygénées, on transforme, et cela doit être, l'oxydation de la matière organique en une combustion complète. Cette modification dans l'action chimique entraîne nécessairement des modifications correspondantes dans l'image produite. Et, en effet, dans les procédés ordi-

naires, lorsque l'image est formée par l'action de la lumière dans la chambre noire, il reste à la surface de l'iodure partiellement réduit une résine pulvérulente qui complétera l'œuvre de la réduction si l'exposition se prolonge : et lorsque la vapeur de mercure se condensera sur l'épreuve, cette résine, interposée entre elle et l'iodure d'argent, retardera, pendant un temps, la réaction. En substituant l'acide chloreux au brome, et par suite la combustion du carbure d'hydrogène à son oxydation, il doit en résulter que la réduction de l'iodure d'argent dans la chambre noire s'arrêtera dès lors qu'il n'y aura plus de carbone libre pour l'effectuer, et que l'image apparaîtra sous la vapeur du mercure, dès l'instant où celle-ci sera condensée à la surface de l'épreuve. Et c'est bien là en effet ce qui a lieu.

» Voici une méthode que l'on peut suivre dans l'emploi du gaz acide chloreux :

» On fait fondre dans une capsule de porcelaine, et à une douce chaleur, du chlorate de potasse cristallisé. Lorsque la masse vitrifiée est refroidie, on en introduit quelques grossiers fragments, 4 à 5 décigrammes peut-être, dans un flacon de la contenance de 1 centilitre environ : on verse sur ces fragments 4 à 5 grammes d'acide sulfurique pur et concentré, et on conserve le mélange soigneusement abrité de toute lumière. Le flacon ne tarde pas à se remplir de gaz acide chloreux que l'on peut y puiser avec une petite pompe en cristal pour l'injecter ensuite dans la capsule à brome, suivant l'ingénieux procédé indiqué par M. Choiselat pour l'emploi du bromoforme. 1 centimètre cube de gaz pour une surface iodurée de 1 décimètre carré sera un dosage approximatif assez exact.

» Nous croyons devoir indiquer aussi le mode que nous employons pour la préparation de la couche organique, tant elle importe, suivant nous, au succès de toutes les opérations ultérieures.

» On saupoudre de tripoli la surface de l'argent, on y laisse tomber quelques gouttes d'*huile essentielle de fleurs de lavande fraîchement distillée*; puis on la polit avec un tampon de coton jusqu'à ce qu'elle soit recouverte d'une couche uniforme de cambouis noirâtre. Alors, avec un tampon nouveau de coton et une nouvelle addition de poudre siliceuse, on enlève le cambouis formé, arrêtant l'opération sitôt que la surface de l'argent apparaît nette, noire et brillante.

» A cet état, la surface métallique condense le souffle en une nappe uniforme, blanche, mate et translucide. L'acide nitrique, étendu de dix fois son volume d'eau, ne la mouillerait pas; mais une goutte d'acide sulfurique que l'on y étendrait à l'acide d'un tampon d'amiante s'y colorerait en brun. »

La **Société archéologique de Touraine** adresse à l'Académie cent exemplaires du programme de la souscription ouverte à Tours pour ériger une statue à *Descartes*.

M. **Nachet** met sous les yeux de l'Académie un microscope vertical avec lentilles achromatiques. Cet instrument est armé d'un cristal taillé d'*une manière particulière* qui redresse les images et sert de chambre claire.

MM. *Pouillet, Milne Edwards* et *Regnault* sont priés d'examiner ce microscope.

M. **Wakefield** adresse à l'Académie un article qu'il a publié en septembre 1843 *sur le percement de l'isthme de Panama*.

M. **Salleron** écrit pour réclamer comme lui appartenant un des principes énoncés par M. *Gannal*, et donnant le moyen d'opérer un tannage rapide et économique.

M. **Jourdant** écrit à l'Académie que sa méthode de traitement du bégayement n'a rien de commun avec celle de M. Colombat, ni avec celle de M. Malbouche.

M. **Schuster** annonce à l'Académie qu'il a appliqué, avec succès, l'électropuncture au traitement de l'hydrocèle.

MM. *Roux* et *Velpeau* sont priés de prendre connaissance de cette Lettre.

M. **Grimaud**, d'Angers, demande l'ouverture d'un paquet cacheté qu'il a déposé le 25 septembre 1843. Ce paquet contient la composition de quatorze *caustiques*.

La séance est levée à $5^{h}15^{m}$. A.

ERRATUM. (Séance du 16 octobre 1843.)

Page 823, ligne 6, *au lieu de* M. Dittmor, *lisez* M. Diltmar.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 2e semestre 1843; n° 16; in-4°.

Institut royal de France. — Académie royale des Sciences. — Funérailles de M. CORIOLIS. *Discours de* M. BINET ; in-4°.

Annales de Chimie et de Physique; par MM. GAY-LUSSAC, ARAGO, CHEVREUL, DUMAS, PELOUZE, BOUSSINGAULT *et* REGNAULT ; 3e série, tome IX ; septembre 1843 ; in-8°.

Éléments d'Électro-Chimie appliquée aux Sciences naturelles et aux Arts; par M. BECQUEREL ; 1843 ; in-8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine; tome IX, n° 1 ; in-8°.

Description des Machines et procédés consignés dans les Brevets d'Invention, de Perfectionnement et d'Importation; tome XLVIII; in-4°; et *Table des 40 premiers volumes;* in-4°.

Catalogue des livres composant les Bibliothèques du département de la Marine et des Colonies ; tome V. — *Table alphabétique par noms d'auteurs et par titres d'ouvrages anonymes;* 1 vol. in-8°.

Dictionnaire universel d'Histoire naturelle; tome IV, 40e livr.; in-8°.

De l'Invention dans l'industrie, et des institutions propres à la développer. — Projet de perfectionnement de la Navigation, et spécialement de la Navigation à vapeur; par M. LEFEBVRE; 1843; broch. in-8°.

Journal d'Agriculture pratique et de Jardinage; octobre 1843; in-8°.

Journal de Chirurgie; par M. MALGAIGNE; octobre 1843; in-8°.

Abhandlungen... *Mémoires de l'Académie royale des Sciences de Berlin*, parties I, II et III; in-4°.

Journal... *Journal de Mathématiques pures et appliquées ; par* M. CRELLE ; XXVe vol., 1er et 2e cahier, et XXVIe vol., 1er et 2e cahier ; in-4°.

Astronomische... *Recherches astronomiques ; par* M. F.-G. BESSEL ; 2e vol. Kœnigsberg, 1842 ; in-4°.

Tijdschrift... *Journal d'Histoire naturelle et de Physiologie, publié par* MM. VANDER HOEVEN *et* H. DE VRIÈSE ; Xe vol., 2e et 3e cahier ; in-8°.

Su le acque... *Sur les Eaux publiques potables de la ville de Naples; par* M. L. Cangiano. Naples, 1843; in-4°.

Gazette médicale de Paris; t. IX, n° 42.

Gazette des Hôpitaux; t. V, nos 123 à 125.

L'Écho du Monde savant; 10e année, nos 31 et 32; in-4°.

L'Expérience; n° 329; in-8°.

Su le acque..., *Sur les Eaux publiques potables de la ville de Naples*, par M. L. CASTALDO. Naples, 1843; in-4°.

Gazette médicale de Paris; t. IX, n° 42.

Gazette des Hôpitaux; t. V, n°s 123 à 125.

L'Écho du Monde savant; 10e année, n°s 31 et 32; in-4°.

L'Expérience; n° 329; in-8°.